

Desarrollo del flujo laminar en la región de entrada

Para un tubo circular de longitud L sujeto a temperatura superficial constante, el número promedio de Nusselt para la *región de entrada térmica* se puede determinar a partir de (Edwards y otros, 1979)

$$\text{Región de entrada, laminar: } Nu = 3.66 + \frac{0.065 (D/L) Re Pr}{1 + 0.04[(D/L) Re Pr]^{2/3}} \quad (8-62)$$

Note que el número de Nusselt promedio es más grande en la región de entrada, como era de esperarse, y tiende en forma asintótica al valor completamente desarrollado de 3.66 cuando $L \rightarrow \infty$. En esta relación se supone que el flujo está hidrodinámicamente desarrollado cuando el fluido entra en la sección de calentamiento, pero también se puede usar en forma aproximada para el flujo en desarrollo hidrodinámico.

Cuando la diferencia entre las temperaturas de la superficie y del fluido es grande, puede ser necesario tomar en cuenta la variación de la viscosidad con la temperatura. En ese caso, se puede determinar el número de Nusselt promedio para el flujo laminar en desarrollo en un tubo circular a partir de [Sieder y Tate (1936)]

$$Nu = 1.86 \left(\frac{Re Pr D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{0.14} \quad (8-63)$$

Todas las propiedades se evalúan en la temperatura media de la masa del fluido, excepto μ_s , la cual se evalúa en la temperatura de la superficie.

El número de Nusselt promedio para la región de entrada térmica de flujo entre *placas paralelas isotérmicas* de longitud L se expresa como (Edwards y otros, 1979)

$$\text{Región de entrada, laminar: } Nu = 7.54 + \frac{0.03 (D_h/L) Re Pr}{1 + 0.016[(D_h/L) Re Pr]^{2/3}} \quad (8-64)$$

donde D_h es el diámetro hidráulico, el cual es el doble del espaciamiento entre las placas. Esta relación se puede usar para $Re \leq 2\,800$.

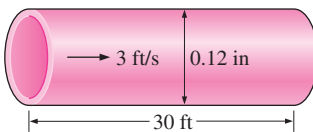


FIGURA 8-23

Esquema para el ejemplo 8-2.

EJEMPLO 8-2 Caída de presión en un tubo

Está fluyendo agua en forma estacionaria a 40°F ($\rho = 62.42 \text{ lbm/ft}^3$ y $\mu = 1.038 \times 10^{-3} \text{ lbm/ft} \cdot \text{s}$) en un tubo horizontal de 0.12 in de diámetro y 30 ft de largo, a una velocidad promedio de 3 ft/s (figura 8-23). Determine la caída de presión y la necesidad de potencia de bombeo que se requiere para vencer esta caída de presión.

SOLUCIÓN Se da la velocidad de flujo promedio en un tubo. Deben determinarse la caída de presión y la potencia requerida de bombeo.

Suposiciones 1 El flujo es estacionario e incompresible. 2 Los efectos de la entrada son despreciables y, por consiguiente, el flujo está completamente desarrollado. 3 El tubo no contiene componentes como codos, válvulas o conectores.

Propiedades Se da que la densidad y la viscosidad dinámica del agua, que son $\rho = 62.42 \text{ lbm/ft}^3$ y $\mu = 1.038 \times 10^{-3} \text{ lbm/ft} \cdot \text{s}$.

Análisis En primer lugar, se necesita determinar el régimen de flujo. El número de Reynolds es

$$Re = \frac{\rho V_{\text{prom}} D}{\mu} = \frac{(62.42 \text{ lbm/ft}^3)(3 \text{ ft/s})(0.12/12 \text{ ft})}{1.038 \times 10^{-3} \text{ lbm/ft} \cdot \text{s}} = 1\,803$$

el cual es menor que 2 300. Por lo tanto, el flujo es laminar. Entonces el factor de fricción y la caída de presión quedan

$$f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{1\,803} = 0.0355$$

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{\text{prom}}^2}{2} = 0.0355 \frac{30 \text{ ft}}{0.01 \text{ ft}} \frac{(62.42 \text{ lbm/ft}^3)(3 \text{ ft/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ lbf}}{32.174 \text{ lbm} \cdot \text{ft/s}^2} \right)$$

$$= 930 \text{ lbf/ft}^2 = 6.46 \text{ psi}$$

El gasto volumétrico y las necesidades de potencia de bombeo son

$$\dot{V} = V_{\text{prom}} A_c = V_{\text{prom}} (\pi D^2/4) = (3 \text{ ft/s})[\pi(0.01 \text{ ft})^2/4] = 0.000236 \text{ ft}^3/\text{s}$$

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{V} \Delta P = (0.000236 \text{ ft}^3/\text{s})(930 \text{ lbf/ft}^2) \left(\frac{1 \text{ W}}{0.73756 \text{ lbf} \cdot \text{ft/s}} \right) = 0.30 \text{ W}$$

Por lo tanto, se necesita una entrada de potencia mecánica en la cantidad de 0.30 W para vencer las pérdidas por fricción en el flujo debidas a la viscosidad.

EJEMPLO 8-3 Flujo de aceite en una tubería que pasa a través de un lago

Considere el flujo de aceite a 20°C en una tubería de 30 cm de diámetro a una velocidad promedio de 2 m/s (figura 8-24). Una sección de 200 m de largo de la tubería horizontal pasa por las aguas heladas de un lago a 0°C. Las mediciones indican que la temperatura de la superficie del tubo está muy cercana a 0°C. Si descarta la resistencia térmica del material del tubo, determine a) la temperatura del aceite cuando el tubo sale del lago, b) la razón de la transferencia de calor desde el aceite y c) la potencia requerida de bombeo para vencer las pérdidas de presión y mantener el flujo del aceite en el tubo.

SOLUCIÓN Fluye aceite en una tubería que pasa por las aguas heladas de un lago a 0°C. Deben determinarse la temperatura de salida del aceite, la razón de la pérdida de calor y la potencia de bombeo necesaria para vencer las pérdidas de presión.

Suposiciones 1 Existen condiciones estacionarias de operación. 2 La temperatura superficial del tubo es muy cercana a 0°C. 3 La resistencia térmica del tubo es despreciable. 4 Las superficies interiores de la tubería son lisas. 5 El flujo está hidrodinámicamente desarrollado cuando la tubería llega al lago.

Propiedades No se conoce la temperatura de salida del aceite y, como consecuencia, no se puede determinar la temperatura media de la masa a la cual se deben evaluar las propiedades del aceite. La temperatura media del aceite en la admisión es de 20°C y se espera que esta temperatura caiga un tanto como resultado de la pérdida de calor hacia las aguas heladas del lago. Se evalúan las propiedades del aceite a la temperatura de admisión, pero se repetirán los cálculos, si es necesario, mediante las propiedades a la temperatura media de la masa evaluada. A 20°C, se lee (tabla A-14)

$$\rho = 888.1 \text{ kg/m}^3 \quad \nu = 9.429 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.145 \text{ W/m} \cdot \text{°C} \quad c_p = 1\,880 \text{ J/kg} \cdot \text{°C} \quad \text{Pr} = 10\,863$$

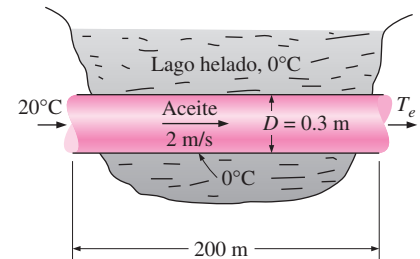


FIGURA 8-24
Esquema para el ejemplo 8-3.

Análisis a) El número de Reynolds es

$$\text{Re} = \frac{V_{\text{prom}} D}{\nu} = \frac{(2 \text{ m/s})(0.3 \text{ m})}{9.429 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}} = 636$$

el cual es menor que el número de Reynolds crítico de 2 300. Por lo tanto, el flujo es laminar y, en este caso, la longitud de la entrada térmica es muy aproximada,

$$L_t \approx 0.05 \text{ Re Pr } D = 0.05 \times 636 \times 10\,863 \times (0.3 \text{ m}) \approx 103\,600 \text{ m}$$

lo cual es mucho mayor que la longitud total del tubo. Esto es típico de los fluidos con altos números de Prandtl. Por lo tanto, se supone un flujo en desarrollo térmico y se determina el número de Nusselt a partir de

$$\begin{aligned} \text{Nu} &= \frac{hD}{k} = 3.66 + \frac{0.065 (D/L) \text{ Re Pr}}{1 + 0.04 [(D/L) \text{ Re Pr}]^{2/3}} \\ &= 3.66 + \frac{0.065(0.3/200) \times 636 \times 10\,863}{1 + 0.04[(0.3/200) \times 636 \times 10\,863]^{2/3}} \\ &= 33.7 \end{aligned}$$

Note que este número de Nusselt es considerablemente más alto que el valor completamente desarrollado de 3.66. Entonces,

$$h = \frac{k}{D} \text{Nu} = \frac{0.145 \text{ W/m} \cdot \text{°C}}{0.3 \text{ m}} (33.7) = 16.3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$$

Asimismo,

$$\begin{aligned} A_s &= \pi DL = \pi(0.3 \text{ m})(200 \text{ m}) = 188.5 \text{ m}^2 \\ \dot{m} &= \rho A_c V_{\text{prom}} = (888.1 \text{ kg/m}^3) \left[\frac{1}{4} \pi (0.3 \text{ m})^2 \right] (2 \text{ m/s}) = 125.6 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

A continuación se determina la temperatura de salida del aceite a partir de

$$\begin{aligned} T_e &= T_s - (T_s - T_i) \exp(-hA_s/\dot{m}c_p) \\ &= 0^\circ\text{C} - [(0 - 20)^\circ\text{C}] \exp \left[- \frac{(16.3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C})(188.5 \text{ m}^2)}{(125.6 \text{ kg/s})(1\,881 \text{ J/kg} \cdot \text{°C})} \right] \\ &= \mathbf{19.74^\circ\text{C}} \end{aligned}$$

Por tanto, la temperatura media del aceite cae en un simple 0.26°C al cruzar el lago. Esto hace que la temperatura media de la masa de aceite sea 19.87°C , la cual es prácticamente idéntica a la de admisión de 20°C . Por lo tanto, no se necesita volver a evaluar las propiedades.

b) La diferencia media logarítmica de temperatura y la razón de la pérdida de calor del aceite son

$$\Delta T_{\text{ln}} = \frac{T_i - T_e}{\ln \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i}} = \frac{20 - 19.74}{\ln \frac{0 - 19.74}{0 - 20}} = -19.87^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\text{ln}} = (16.3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C})(188.5 \text{ m}^2)(-19.87^\circ\text{C}) = \mathbf{-6.11 \times 10^4 \text{ W}}$$

Por lo tanto, el aceite perderá calor a razón de 61.1 kW cuando fluye por el tubo en las aguas heladas del lago. Note que, en este caso, ΔT_{in} es idéntica a la temperatura media aritmética, ya que $\Delta T_i \approx \Delta T_e$.

c) El flujo laminar del aceite está hidrodinámicamente desarrollado. Por lo tanto, se puede determinar el factor de fricción a partir de

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64}{636} = 0.1006$$

Entonces, la caída de presión en el tubo y la potencia requerida de bombeo quedan

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{prom}^2}{2} = 0.1006 \frac{200 \text{ m}}{0.3 \text{ m}} \frac{(888.1 \text{ kg/m}^3)(2 \text{ m/s})^2}{2} = 1.19 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$\dot{W}_{bomba} = \frac{\dot{m} \Delta P}{\rho} = \frac{(125.6 \text{ kg/s})(1.19 \times 10^5 \text{ N/m}^2)}{888.1 \text{ kg/m}^3} = \mathbf{16.8 \text{ kW}}$$

Discusión Se necesita una bomba de 16.8 kW sólo para vencer la fricción en el tubo cuando el aceite fluye en el tramo de 200 m de largo a través del lago.

8-6 ■ FLUJO TURBULENTO EN TUBOS

Al principio se mencionó que el flujo en los tubos lisos es completamente turbulento para $Re > 10\,000$. El flujo turbulento se utiliza de manera común en la práctica debido a los coeficientes más altos de transferencia de calor asociados con él. La mayor parte de las correlaciones para los coeficientes de fricción y de transferencia de calor en el flujo turbulento se basan en estudios experimentales debido a la dificultad para tratar en forma teórica con este tipo de flujo.

Para los tubos *lisos*, el factor de fricción en el flujo turbulento se puede determinar a partir de la *primera ecuación de Petukhov* explícita [Petukhov (1970)], dada como

$$\text{Tubos lisos: } f = (0.790 \ln Re - 1.64)^{-2} \quad 3\,000 < Re < 5 \times 10^6 \quad \mathbf{(8-65)}$$

El número de Nusselt en el flujo turbulento está relacionado con el factor de fricción a través de la *analogía de Chilton-Colburn*, expresada como

$$Nu = 0.125 f Re Pr^{1/3} \quad \mathbf{(8-66)}$$

Una vez que se cuenta con el factor de fricción, se puede usar esta ecuación de manera conveniente con el fin de evaluar el número de Nusselt tanto para los tubos lisos como para los ásperos.

Para el flujo turbulento completamente desarrollado en *tubos lisos*, se puede obtener una relación simple para el número de Nusselt al sustituir en la ecuación 8.66 de la simple relación de la ley de potencia $f = 0.184 Re^{-0.2}$ para el factor de fricción. Esto da

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} \quad \left(\begin{array}{l} 0.7 \leq Pr \leq 160 \\ Re > 10\,000 \end{array} \right) \quad \mathbf{(8-67)}$$

la cual se conoce como *ecuación de Colburn*. Se puede mejorar la precisión de esta ecuación al modificarla como

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n \quad \mathbf{(8-68)}$$

donde $n = 0.4$ para el *calentamiento* y 0.3 para el *enfriamiento* del fluido que fluye por el tubo. Esta ecuación se conoce como *ecuación de Dittus-Boelter* [Dittus y Boelter (1930)] y se prefiere a la de Colburn.

Pueden usarse las ecuaciones precedentes cuando la diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie de la pared no es grande, evaluando todas las propiedades del fluido en la *temperatura media del fluido*, $T_b = (T_i + T_e)/2$. Cuando la variación es grande, debido a una diferencia grande en las temperaturas, puede usarse la ecuación que sigue, debida a Sieder y Tate (1936),

$$\text{Nu} = 0.027 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0.14} \quad \left(\begin{array}{l} 0.7 \leq \text{Pr} \leq 17\,600 \\ \text{Re} \geq 10\,000 \end{array} \right) \quad (8-69)$$

En este caso, todas las propiedades se evalúan en T_b , excepto μ_s , la cual se evalúa en T_s .

Las relaciones del número de Nusselt que acaban de darse son bastante simples, pero pueden dar errores tan grandes como de 25%. Este error se puede reducir de manera considerable, hasta menos de 10%, mediante relaciones más complejas pero precisas, como la *segunda ecuación de Petukhov*, expresada como

$$\text{Nu} = \frac{(f/8) \text{Re} \text{Pr}}{1.07 + 12.7(f/8)^{0.5} (\text{Pr}^{2/3} - 1)} \quad \left(\begin{array}{l} 0.5 \leq \text{Pr} \leq 2\,000 \\ 10^4 < \text{Re} < 5 \times 10^6 \end{array} \right) \quad (8-70)$$

Se mejora la exactitud de esta relación al modificarla como [Gnielinski (1976)]

$$\text{Nu} = \frac{(f/8)(\text{Re} - 1\,000) \text{Pr}}{1 + 12.7(f/8)^{0.5} (\text{Pr}^{2/3} - 1)} \quad \left(\begin{array}{l} 0.5 \leq \text{Pr} \leq 2\,000 \\ 3 \times 10^3 < \text{Re} < 5 \times 10^6 \end{array} \right) \quad (8-71)$$

donde se puede determinar el factor de fricción f a partir de una relación apropiada, como la primera ecuación de Petukhov. En los cálculos debe preferirse la ecuación de Gnielinski. Una vez más, las propiedades deben evaluarse a la temperatura media de la masa del fluido.

Las relaciones antes dadas no son muy sensibles a las *condiciones térmicas* en las superficies del tubo y se pueden usar tanto para el caso de $T_s = \text{constante}$ como para el de $\dot{q}_s = \text{constante}$. A pesar de su sencillez, las relaciones ya presentadas dan resultados suficientemente precisos para la mayor parte de los fines de ingeniería. También se pueden usar para obtener estimaciones aproximadas del factor de fricción y de los coeficientes de transferencia de calor en la región de transición.

Las relaciones dadas hasta ahora no se aplican a los metales líquidos debido a sus números de Prandtl muy bajos. Para los metales líquidos ($0.004 < \text{Pr} < 0.01$), Sleicher y Rouse (1975) recomiendan las relaciones siguientes para $10^4 < \text{Re} < 10^6$:

$$\text{Metales líquidos, } T_s = \text{constante:} \quad \text{Nu} = 4.8 + 0.0156 \text{Re}^{0.85} \text{Pr}_s^{0.93} \quad (8-72)$$

$$\text{Metales líquidos, } \dot{q}_s = \text{constante:} \quad \text{Nu} = 6.3 + 0.0167 \text{Re}^{0.85} \text{Pr}_s^{0.93} \quad (8-73)$$

donde el subíndice s indica que el número de Prandtl se debe evaluar a la temperatura superficial.

Superficies ásperas

Cualquier irregularidad o aspereza en la superficie perturba la subcapa laminar y afecta el flujo. Por lo tanto, a diferencia del flujo laminar, el factor de fricción y el coeficiente de convección en el flujo turbulento dependen fuertemente de la aspereza superficial.

El factor de fricción en el flujo turbulento completamente desarrollado en un tubo depende del número de Reynolds y de la **aspereza relativa** ϵ/D , la cual es la razón de la altura media de la aspereza del tubo al diámetro de éste. La forma funcional de esta dependencia no se puede obtener a partir de un análisis teórico y todos los resultados de los que se dispone se obtienen de concienzudos experimentos mediante el uso de superficies cuya aspereza se produce en forma artificial (comúnmente, al pegar granos de arena de un tamaño conocido sobre las superficies interiores de los tubos). La mayor parte de esos experimentos los condujo J. Nikuradse, estudiante de Prandtl, en 1933, y fueron seguidos por los trabajos de otros. El factor de fricción se calculó a partir de las mediciones del gasto y de la caída de presión.

Los resultados experimentales obtenidos se presentan en las formas tabular, gráfica y funcional, obtenidas mediante ajuste de curvas con base en los datos experimentales. En 1939, Cyril F. Colebrook (1910-1997) combinó los datos disponibles para el flujo de transición y para el flujo turbulento en tubos lisos, así como ásperos, en la relación implícita siguiente, conocida como **ecuación de Colebrook**:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (\text{flujo turbulento}) \quad (8-74)$$

Se observa que el logaritmo de la ecuación 8-74 es uno de base 10, en lugar de natural. En 1942, el ingeniero estadounidense Hunter Rouse (1906-1996) verificó la ecuación de Colebrook y produjo un trazo gráfico de f como función de Re y del producto $Re \sqrt{f}$. También presentó la relación para el flujo laminar y una tabla de asperezas de tubos comerciales. Dos años más tarde, Lewis F. Moody (1880-1953) volvió a trazar el diagrama de Rouse en la forma que es usada comúnmente en la actualidad. En el apéndice se da, como figura A-20, el ahora famoso **diagrama de Moody**. En éste se presenta el factor de fricción de Darcy para el flujo en tubos como función del número de Reynolds y de ϵ/D , sobre un amplio rango. Probablemente es uno de los diagramas aceptados y usados con más amplitud en ingeniería. Aunque está desarrollado para tubos circulares, también se puede usar para tubos no circulares, al reemplazar el diámetro por el diámetro hidráulico.

Para los tubos lisos, la concordancia entre las ecuaciones de Petukhov y de Colebrook es muy buena. El factor de fricción es mínimo para un tubo liso (pero todavía no cero debido a la condición de no deslizamiento) y aumenta con la aspereza (figura 8-25).

Los tubos que se encuentran en el comercio son diferentes a los usados en los experimentos en el sentido de que la aspereza de los primeros no es uniforme y resulta difícil dar una descripción precisa de ella. En la tabla 8-3 y en el diagrama de Moody, se dan valores de la aspereza equivalente para algunos tubos comerciales. Pero debe tenerse presente que estos valores son para tubos nuevos y la aspereza relativa de éstos puede incrementarse con el uso como consecuencia de la corrosión, la acumulación de incrustación y la precipitación. Como resultado, el factor de fricción puede incrementarse en un factor de 5 a 10. En el diseño de sistemas de tuberías, deben considerarse las condiciones reales de operación. Asimismo, el diagrama de Moody y su equivalente ecuación de Co-

Aspereza relativa, ϵ/D	Factor de fricción, f
0.0*	0.0119
0.00001	0.0119
0.0001	0.0134
0.0005	0.0172
0.001	0.0199
0.005	0.0305
0.01	0.0380
0.05	0.0716

*Superficie lisa. Todos los valores son para $Re = 10^6$ y están calculados con base en la ecuación 8-74.

FIGURA 8-25

El factor de fricción es mínimo para un tubo liso y aumenta con la aspereza.

TABLA 8-2

Tamaños estándar para tubos de acero cédula 40

Tamaño nominal, in	Diámetro interior real, in
1/8	0.269
1/4	0.364
3/8	0.493
1/2	0.622
3/4	0.824
1	1.049
1 1/2	1.610
2	2.067
2 1/2	2.469
3	3.068
5	5.047
10	10.02

TABLA 8-3

Valores de la aspereza equivalente para tubos comerciales nuevos*

Material	Aspereza, ϵ	
	ft	mm
Vidrio, plástico	0 (liso)	
Concreto	0.003-0.03	0.9-9
Duela de madera	0.0016	0.5
Caucho alisado	0.000033	0.01
Tubería de cobre o latón	0.000005	0.0015
Hierro fundido	0.00085	0.26
Hierro galvanizado	0.0005	0.15
Hierro forjado	0.00015	0.046
Acero inoxidable	0.000007	0.002
Acero comercial (liso)	0.00015	0.045

*La incertidumbre en estos valores puede ser tan grande como $\pm 60\%$.

lebrook comprenden varias incertidumbres (el tamaño de la aspereza, el error experimental, el ajuste de la curva para los datos, etc.) y, por consiguiente, los resultados obtenidos no deben tratarse como “exactos”. Suele considerarse que son exactos hasta $\pm 15\%$ sobre el intervalo completo de la figura.

La ecuación de Colebrook es implícita en f y, por lo tanto, la determinación del factor de fricción requiere alguna iteración, a menos que se use un programa para resolver ecuaciones, como EES. En 1983, S. E. Haaland dio una relación explícita aproximada como

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \cong -1.8 \log \left[\frac{6.9}{\text{Re}} + \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} \right] \quad (8-75)$$

Los resultados obtenidos a partir de esta relación se encuentran a menos de 2% de diferencia de los obtenidos con la ecuación de Colebrook. Si se desean resultados más exactos, se puede usar la ecuación 8-75 como una buena *primera conjetura* en una iteración de Newton cuando se usa una calculadora programable o una hoja de cálculo a fin de resolver para f con la ecuación 8-74.

En el flujo turbulento la aspereza de la pared incrementa el coeficiente de transferencia de calor h en un factor de 2 o más [Dipprey y Sabersky (1963)]. Se puede calcular aproximadamente el coeficiente de transferencia de calor por convección para los tubos ásperos con base en las relaciones del número de Nusselt, como la ecuación 8-71, mediante el factor de fricción determinado a partir del diagrama de Moody o la ecuación de Colebrook. Sin embargo, este procedimiento no es muy exacto, ya que no se tiene un aumento adicional en h con f para $f > 4f_{\text{iso}}$ [Norris (1970)] y deben usarse las correlaciones desarrolladas específicamente para los tubos ásperos cuando se desea una mayor exactitud.

Desarrollo del flujo turbulento en la región de entrada

Las longitudes de entrada para el flujo turbulento son típicamente cortas, a menudo sólo de 10 diámetros de tubo de largo y, por tanto, se puede usar de manera aproximada el número de Nusselt determinado para el flujo turbulento completamente desarrollado para todo el tubo. Este simple procedimiento proporciona resultados razonables para la caída de presión y la transferencia de calor, en el caso de tubos largos, y resultados conservadores para los tubos cortos. Para obtener una mayor exactitud, en la literatura se dispone de correlaciones para los coeficientes de fricción y de transferencia de calor para las regiones de entrada.

Flujo turbulento en tubos no circulares

Los perfiles de velocidades y de temperaturas en el flujo turbulento son casi líneas rectas en la región central y se tienen cualesquiera gradientes significativos de velocidad y de temperatura en la subcapa viscosa (figura 8-26). A pesar del espesor pequeño de la subcapa laminar (por lo común mucho menos de 1% del diámetro del tubo), las características del flujo en esta capa son muy importantes, ya que fijan el escenario para el flujo en el resto del tubo. Por lo tanto, las características de la caída de presión y de la transferencia de calor del flujo turbulento en los tubos son dominados por la subcapa viscosa muy delgada próxima a la superficie de la pared y la forma de la región central no tiene mucho significado. Como consecuencia, también se pueden usar, con razonable exactitud, las relaciones para el flujo turbulento antes dadas para los tubos circulares en los no circulares, al reemplazar el diámetro D en la evaluación del número de Reynolds por el diámetro hidráulico $D_h = 4A_c/p$.

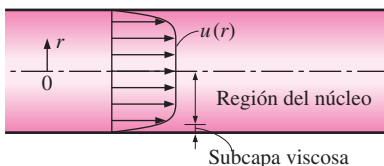


FIGURA 8-26

En el flujo turbulento, el perfil de velocidades es casi una recta en la región del núcleo y se tienen cualesquiera gradientes significativos de velocidad en la subcapa viscosa.

Flujo por la sección anular entre tubos concéntricos

Algunos equipos sencillos de transferencia de calor constan de dos tubos concéntricos y, de manera apropiada, se les conoce como *intercambiadores de calor de tubo doble* (figura 8-27). En esos aparatos, uno de los fluidos fluye por el tubo en tanto que el otro fluye por el espacio anular. Las ecuaciones diferenciales que rigen los dos flujos son idénticas. Por lo tanto, se puede estudiar analíticamente el flujo laminar estacionario por una corona circular mediante condiciones de frontera adecuadas.

Considere una corona circular concéntrica de diámetro interior D_i y exterior D_o . El diámetro hidráulico de la corona es

$$D_h = \frac{4A_c}{P} = \frac{4\pi(D_o^2 - D_i^2)/4}{\pi(D_o + D_i)} = D_o - D_i$$

El flujo en un espacio anular está asociado con dos números de Nusselt — Nu_i sobre la superficie interior del tubo y Nu_o sobre la superficie exterior del tubo— ya que puede estar relacionado con transferencia de calor en las dos superficies. En la tabla 8-4, se dan los números de Nusselt para el flujo laminar completamente desarrollado con una superficie isotérmica y la otra adiabática. Cuando se conocen los números de Nusselt, los coeficientes de convección para las superficies interior y exterior se determinan a partir de

$$Nu_i = \frac{h_i D_h}{k} \quad \text{y} \quad Nu_o = \frac{h_o D_h}{k} \quad (8-76)$$

Para el flujo turbulento completamente desarrollado, los coeficientes de convección interior y exterior son aproximadamente iguales entre sí y la corona circular del tubo se puede considerar como un tubo no circular con un diámetro hidráulico de $D_h = D_o - D_i$. En este caso, se puede determinar el número de Nusselt con base en una relación adecuada del flujo turbulento, como la ecuación de Gnielinski. Para mejorar la exactitud de los números de Nusselt obtenidos a partir de estas relaciones para el flujo anular, Petukhov y Roizen (1964) recomiendan multiplicarlos por los siguientes factores de corrección, cuando una de las paredes del tubo es adiabática y la transferencia de calor se lleva a cabo a través de la otra pared:

$$F_i = 0.86 \left(\frac{D_i}{D_o} \right)^{-0.16} \quad (\text{pared exterior adiabática}) \quad (8-77)$$

$$F_o = 0.86 \left(\frac{D_i}{D_o} \right)^{-0.16} \quad (\text{pared interior adiabática}) \quad (8-78)$$

Mejoramiento de la transferencia de calor

Los tubos con superficies ásperas tienen coeficientes de transferencia de calor mucho más altos que aquellos con superficies lisas. Por lo tanto, a menudo las superficies de los tubos se hacen intencionalmente *ásperas*, *corrugadas* o *con aletas* con el fin de *mejorar* el coeficiente de transferencia de calor por convección y, de este modo, la velocidad de la transferencia de calor por ese medio (figura 8-28). La transferencia de calor en el flujo turbulento en un tubo se ha incrementado en tanto como 400% al hacer áspera la superficie, por supuesto, también se incrementa el factor de fricción y, en consecuencia, la necesidad de potencia para la bomba o el ventilador.

También se puede incrementar el coeficiente de transferencia de calor por convección al inducir flujo pulsante mediante generadores de pulsos, al inducir remolinos mediante la introducción de una cinta en espiral dentro del tubo, o bien, induciendo flujos secundarios formando un serpiente con el tubo.

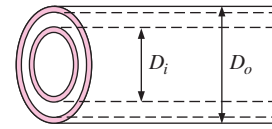


FIGURA 8-27

Un intercambiador de calor de tubo doble consta de dos tubos concéntricos.

TABLA 8-4

Número de Nusselt para flujo laminar completamente desarrollado en una corona circular con una superficie isotérmica y la otra adiabática (Kays y Perkins, 1972)

D_i/D_o	Nu_i	Nu_o
0	—	3.66
0.05	17.46	4.06
0.10	11.56	4.11
0.25	7.37	4.23
0.50	5.74	4.43
1.00	4.86	4.86

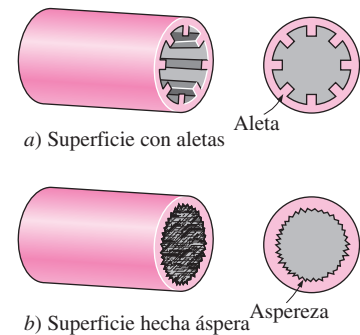


FIGURA 8-28

Con frecuencia las superficies de los tubos se hacen intencionalmente *ásperas*, *se corrugan* o se les colocan *aletas* para *mejorar* la transferencia de calor por convección.

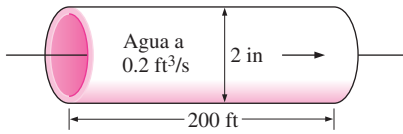


FIGURA 8-29

Esquema para el ejemplo 8-4.

EJEMPLO 8-4 Caída de presión en un tubo de agua

Está fluyendo agua en forma estacionaria a 60°F ($\rho = 62.36 \text{ lbm/ft}^3$ y $\mu = 7.536 \times 10^{-4} \text{ lbm/ft} \cdot \text{s}$) en un tubo horizontal de 2 in de diámetro interno, fabricado de acero inoxidable, a razón de 0.2 ft³/s (figura 8-29). Determine la caída de presión y la potencia de bombeo requerida para mantener el flujo en tubo de 200 ft de largo.

SOLUCIÓN Se da el gasto volumétrico de agua que corre por un tubo específico. Deben determinarse la caída de presión y las necesidades de potencia de bombeo.

Suposiciones 1 El flujo es estacionario e incompresible. 2 Los efectos de la entrada son despreciables y, por tanto, el flujo está completamente desarrollado. 3 El tubo no contiene componentes como codos, válvulas y conectores. 4 La sección de tubería no contiene aparatos de trabajo como una bomba o una turbina.

Propiedades Se da que la densidad y la viscosidad dinámica del agua son $\rho = 62.36 \text{ lbm/ft}^3$ y $\mu = 7.536 \times 10^{-4} \text{ lbm/ft} \cdot \text{s}$. Para el acero inoxidable, $\varepsilon = 0.000007 \text{ ft}$ (tabla 8-3).

Análisis En primer lugar se calculan la velocidad media y el número de Reynolds con el fin de determinar el régimen de flujo:

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{0.2 \text{ ft}^3/\text{s}}{\pi(2/12 \text{ ft})^2/4} = 9.17 \text{ ft/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(62.36 \text{ lbm/ft}^3)(9.17 \text{ ft/s})(2/12 \text{ ft})}{7.536 \times 10^{-4} \text{ lbm/ft} \cdot \text{s}} = 126\,400$$

lo cual es mayor que 10 000. Por lo tanto, el flujo es turbulento. La aspereza relativa del tubo es

$$\varepsilon/D = \frac{0.000007 \text{ ft}}{2/12 \text{ ft}} = 0.000042$$

El factor de fricción correspondiente a esta aspereza relativa y el número de Reynolds se pueden determinar con facilidad a partir del diagrama de Moody. Para evitar el error de lectura, se determina con base en la ecuación de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{0.000042}{3.7} + \frac{2.51}{126\,400 \sqrt{f}} \right)$$

Mediante un programa para resolver ecuaciones o un esquema iterativo se determina que el factor de fricción es $f = 0.0174$. Entonces la caída de presión y la entrada requerida de potencia quedan

$$\begin{aligned} \Delta P &= f \frac{L}{D} \frac{\rho V^2}{2} = 0.0174 \frac{200 \text{ ft}}{2/12 \text{ ft}} \frac{(62.36 \text{ lbm/ft}^3)(9.17 \text{ ft/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ lbf}}{32.174 \text{ lbm} \cdot \text{ft/s}^2} \right) \\ &= 1\,700 \text{ lbf/ft}^2 = 11.8 \text{ psi} \end{aligned}$$

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{V} \Delta P = (0.2 \text{ ft}^3/\text{s})(1\,700 \text{ lbf/ft}^2) \left(\frac{1 \text{ W}}{0.73756 \text{ lbf} \cdot \text{ft/s}} \right) = 461 \text{ W}$$

Por lo tanto, se necesita una entrada de potencia en la cantidad de 461 W para vencer las pérdidas por fricción en el tubo.

Discusión También pudo determinarse el factor de fricción con facilidad a partir de la relación explícita de Haaland. Daría $f = 0.0172$, lo cual está suficientemente cercano a 0.0174. Asimismo, en este caso el factor de fricción correspondiente a $\varepsilon = 0$ es 0.0170, lo cual indica que se puede suponer, con error despreciable, que los tubos de acero inoxidable son lisos.

EJEMPLO 8-5 Calentamiento de agua por calentadores de resistencia en un tubo

Se debe calentar agua desde 15°C hasta 65°C conforme fluye por un tubo de 3 cm de diámetro interno y 5 m de largo (figura 8-30). El tubo está equipado con un calentador de resistencia eléctrica que le proporciona calentamiento uniforme sobre toda la superficie. La superficie exterior del calentador está bien aislada, de modo que, en la operación estacionaria, todo el calor generado en éste se transfiere al agua en el tubo. Si el sistema debe proporcionar agua caliente a razón de 10 l/min, determine la potencia nominal del calentador de resistencia. Asimismo, estime la temperatura de la superficie interior del tubo a la salida.

SOLUCIÓN Se debe calentar agua en un tubo equipado con un calentador de resistencia eléctrica sobre su superficie. Se deben determinar la potencia nominal del calentador y la temperatura de la superficie interior.

Suposiciones 1 Existen condiciones de flujo estacionario. 2 El flujo de calor en la superficie es uniforme. 3 Las superficies interiores del tubo son lisas.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura media de su masa de $T_b = (T_i + T_e)/2 = (15 + 65)/2 = 40^\circ\text{C}$ son (tabla A-9):

$$\begin{aligned}\rho &= 992.1 \text{ kg/m}^3 & c_p &= 4179 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C} \\ k &= 0.631 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} & \text{Pr} &= 4.32 \\ \nu &= \mu/\rho = 0.658 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}\end{aligned}$$

Análisis Las áreas de la sección transversal y de la superficie de transferencia del calor son

$$\begin{aligned}A_c &= \frac{1}{4}\pi D^2 = \frac{1}{4}\pi(0.03 \text{ m})^2 = 7.069 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ A_s &= \rho L = \pi DL = \pi(0.03 \text{ m})(5 \text{ m}) = 0.471 \text{ m}^2\end{aligned}$$

Se da el gasto volumétrico del agua como $\dot{V} = 10 \text{ l/min} = 0.01 \text{ m}^3/\text{min}$. Entonces el gasto de masa queda

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (992.1 \text{ kg/m}^3)(0.01 \text{ m}^3/\text{min}) = 9.921 \text{ kg/min} = 0.1654 \text{ kg/s}$$

Para calentar el agua con este gasto de masa desde 15°C hasta 65°C, se debe suministrar calor al agua a razón de

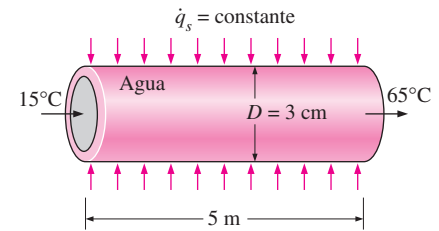
$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \dot{m}c_p(T_e - T_i) \\ &= (0.1654 \text{ kg/s})(4.179 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C})(65 - 15)^\circ\text{C} \\ &= 34.6 \text{ kJ/s} = 34.6 \text{ kW}\end{aligned}$$

Toda esta energía debe provenir del calentador de resistencia. Por lo tanto, la capacidad nominal de este calentador debe ser de **34.6 kW**.

Se puede determinar la temperatura superficial T_s del tubo en cualquier lugar a partir de

$$\dot{q}_s = h(T_s - T_m) \rightarrow T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h}$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor y T_m es la temperatura media del fluido en ese lugar. En este caso, el flujo de calor en la superficie es constante y su valor se puede determinar a partir de

**FIGURA 8-30**

Esquema para el ejemplo 8-5.

$$\dot{q}_s = \frac{\dot{Q}}{A_s} = \frac{34.6 \text{ kW}}{0.471 \text{ m}^2} = 73.46 \text{ kW/m}^2$$

Para determinar el coeficiente de transferencia de calor, en primer lugar se necesita hallar la velocidad media del agua y el número de Reynolds:

$$V_{\text{prom}} = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{0.010 \text{ m}^3/\text{min}}{7.069 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 14.15 \text{ m/min} = 0.236 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{V_{\text{prom}} D}{\nu} = \frac{(0.236 \text{ m/s})(0.03 \text{ m})}{0.658 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 10\,760$$

el cual es mayor que 10 000. Por lo tanto, el flujo es turbulento y, aproximadamente, la longitud de entrada es

$$L_h \approx L_t \approx 10D = 10 \times 0.03 = 0.3 \text{ m}$$

la cual es mucho más corta que la longitud total del tubo. Por lo tanto, se puede suponer que se tiene flujo turbulento completamente desarrollado en todo el tubo y se determina el número de Nusselt con la expresión

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = 0.023 \text{ Re}^{0.8} \text{ Pr}^{0.4} = 0.023(10\,760)^{0.8} (4.34)^{0.4} = 69.4$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{D} \text{Nu} = \frac{0.631 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.03 \text{ m}} (69.4) = 1\,460 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

y la temperatura de la superficie del tubo a la salida queda

$$T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h} = 65^\circ\text{C} + \frac{73\,460 \text{ W/m}^2}{1\,460 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} = 115^\circ\text{C}$$

Discusión Note que la temperatura de la superficie interior del tubo será 50°C más alta que la temperatura media del agua a la salida del tubo. Esta diferencia de temperatura de 50°C entre el agua y la superficie permanecerá constante en toda la región del flujo completamente desarrollado.

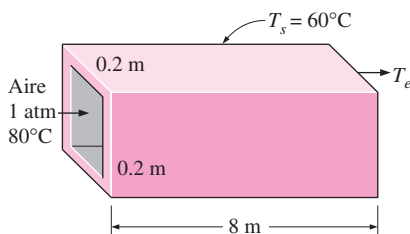


FIGURA 8-31

Esquema para el ejemplo 8-6.

EJEMPLO 8-6 Pérdida de calor de los ductos de un sistema de calefacción

Aire caliente a la presión atmosférica y a 80°C entra en un ducto cuadrado no aislado de 8 m de largo y con sección transversal de $0.2 \text{ m} \times 0.2 \text{ m}$ que pasa por el ático de una casa, a razón de $0.15 \text{ m}^3/\text{s}$ (figura 8-31). Se observa que el ducto es casi isotérmico a 60°C . Determine la temperatura de salida del aire y la razón de la pérdida de calor del ducto hacia el espacio del ático.

SOLUCIÓN Se considera la pérdida de calor de los ductos cuadrados no aislados de un sistema de calefacción en el ático. Se deben determinar la temperatura de salida y la pérdida de calor.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Las superficies interiores del ducto son lisas. **3** El aire es un gas ideal.

Propiedades No se conoce la temperatura de salida del aire en el ducto y, por consiguiente, no se puede determinar la temperatura media de la masa de aire a la cual deben determinarse las propiedades. La temperatura del aire en la admisión es de 80°C y se espera que caiga un tanto como resultado de la pérdida de calor a través del ducto cuya superficie está a 60°C. A 80°C y 1 atm, se lee (tabla A-15)

$$\begin{aligned}\rho &= 0.9994 \text{ kg/m}^3 & c_p &= 1\,008 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C} \\ k &= 0.02953 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} & \text{Pr} &= 0.7154 \\ \nu &= 2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}\end{aligned}$$

Análisis En este caso, la longitud característica (la cual es el diámetro hidráulico), la velocidad media y el número de Reynolds son

$$\begin{aligned}D_h &= \frac{4A_c}{P} = \frac{4a^2}{4a} = a = 0.2 \text{ m} \\ V_{\text{prom}} &= \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{0.15 \text{ m}^3/\text{s}}{(0.2 \text{ m})^2} = 3.75 \text{ m/s} \\ \text{Re} &= \frac{V_{\text{prom}} D_h}{\nu} = \frac{(3.75 \text{ m/s})(0.2 \text{ m})}{2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 35\,765\end{aligned}$$

el cual es mayor que 10 000. Por lo tanto, el flujo es turbulento y las longitudes de entrada en este caso son aproximadamente

$$L_h \approx L_t \approx 10D = 10 \times 0.2 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

lo cual es mucho más corto que la longitud total del ducto. Por lo tanto, se puede suponer que se tiene flujo turbulento completamente desarrollado en todo el ducto y se determina el número de Nusselt con la expresión

$$\text{Nu} = \frac{hD_h}{k} = 0.023 \text{ Re}^{0.8} \text{ Pr}^{0.3} = 0.023(35\,765)^{0.8} (0.7154)^{0.3} = 91.4$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{D_h} \text{Nu} = \frac{0.02953 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.2 \text{ m}} (91.4) = 13.5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$A_s = \rho L = 4aL = 4 \times (0.2 \text{ m})(8 \text{ m}) = 6.4 \text{ m}^2$$

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (1.009 \text{ kg/m}^3)(0.15 \text{ m}^3/\text{s}) = 0.151 \text{ kg/s}$$

Enseguida se determina la temperatura de salida del aire a partir de

$$\begin{aligned}T_e &= T_s - (T_s - T_i) \exp(-hA_s/\dot{m}c_p) \\ &= 60^\circ\text{C} - [(60 - 80)^\circ\text{C}] \exp\left[-\frac{(13.5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(6.4 \text{ m}^2)}{(0.150 \text{ kg/s})(1\,008 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})}\right] \\ &= \mathbf{71.3^\circ\text{C}}\end{aligned}$$

Entonces la diferencia media logarítmica de temperatura y la razón de la pérdida de calor del aire quedan

$$\Delta T_{\ln} = \frac{T_i - T_e}{\ln \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i}} = \frac{80 - 71.3}{\ln \frac{60 - 71.3}{60 - 80}} = -15.2^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\ln} = (13.5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(6.4 \text{ m}^2)(-15.2^\circ\text{C}) = -1\,313 \text{ W}$$

Por lo tanto, el aire perderá calor a razón de 1 313 W conforme fluye por el ducto en el ático.

Discusión La temperatura promedio del fluido es $(80 + 71.3)/2 = 75.7^\circ\text{C}$, la cual está suficientemente cercana a 80°C a la cual se evalúan las propiedades del aire. Por lo tanto, no es necesario volver a evaluar las propiedades a esta temperatura y repetir los cálculos.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL

Flujo de transición en tubos*

Un problema importante de diseño en los intercambiadores industriales de calor surge cuando el flujo en el interior de los tubos cae en la región de transición. En el diseño práctico de ingeniería, la recomendación usual es evitar el diseño y la operación en esta región; empero, esto no siempre es factible con las restricciones del diseño. Estrictamente hablando, el rango de transición del número de Reynolds que se cita de manera usual, de alrededor de 2 300 (inicio de la turbulencia) a 10 000 (condición completamente turbulenta), se aplica a un flujo muy estacionario y de entrada uniforme, con una entrada redondeada. Si el flujo tiene una entrada perturbada, típica para los intercambiadores de calor, en los cuales se tiene una contracción repentina e, incluso, posiblemente una entrada reentrante, el rango del número de Reynolds de transición será muy diferente.

Ghajar y sus colaboradores han investigado en forma experimental los efectos de la configuración de la entrada sobre la caída de presión en flujo de transición completamente desarrollado, en condiciones isotérmicas y de calentamiento, así como la transferencia de calor por convección forzada y mixta, en flujo de transición en desarrollo o completamente desarrollado, en tubos circulares; al respecto, han publicado los resultados en una serie de artículos (cuya lista se da en la bibliografía). Con base en sus datos experimentales, han desarrollado correlaciones prácticas y fáciles de usar para el coeficiente de fricción y el número de Nusselt en la región de transición entre los flujos laminar y turbulento. En esta sección, se da un breve resumen de su trabajo en la región de transición.

Caída de presión en la región de transición

Las caídas de presión se miden en los tubos circulares para flujos completamente desarrollados en el régimen de transición, para tres tipos de configuraciones de entrada mostrados en la figura 8-32: reentrante (el tubo se extiende más allá de la cara de la placa de tubo hacia la cabeza del dis-

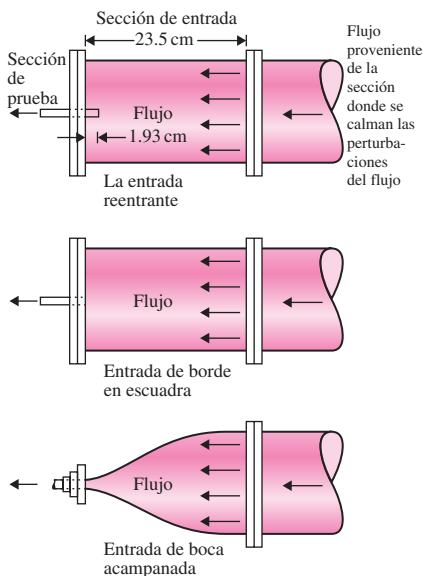


FIGURA 8-32

Esquema de las tres diferentes configuraciones de entrada.

*Esta sección es una colaboración del profesor Afshin J. Ghajar, de la Oklahoma State University.

tribuidor), de borde en escuadra (el extremo del tubo se encuentra al ras con la cara de la placa de tubo) y de boca acampanada (una entrada ahusada del tubo desde la cara de la placa de tubo), en condiciones isotérmicas y de calentamiento, respectivamente. Las expresiones que se usan con mayor amplitud para el *factor de fricción* f (también conocido como *factor de fricción de Darcy*) o para el *coeficiente de fricción* C_f (llamado también *factor de fricción de Fanning*), en los flujos laminar y turbulento con calentamiento, son

$$f_{\text{lam}} = 4C_{f, \text{lam}} = 4 \left(\frac{16}{\text{Re}} \right) \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^m \quad (8-79)$$

$$f_{\text{turb}} = 4C_{f, \text{turb}} = 4 \left(\frac{0.0791}{\text{Re}^{0.25}} \right) \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^m \quad (8-80)$$

donde los factores multiplicativos al final de las fórmulas toman en cuenta el efecto de la temperatura de la pared del tubo sobre la viscosidad del fluido. El exponente m para el flujo laminar depende de varios factores, en tanto que para los flujos turbulentos el valor que se cita con mayor frecuencia para el calentamiento es -0.25 . El factor de fricción de transición se da como (Tam y Ghajar, 1997)

$$f_{\text{trans}} = 4C_{f, \text{trans}} = 4 \left[1 + \left(\frac{\text{Re}}{A} \right)^B \right]^C \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^m \quad (8-81)$$

donde

$$m = m_1 - m_2 \text{Gr}^{m_3} \text{Pr}^{m_4} \quad (8-82)$$

y el número de Grashof, el cual es un número adimensional que representa la razón de la fuerza de flotación a la fuerza viscosa, se define como $\text{Gr} = g\beta D^3(T_s - T_b)/\nu^2$ (véase el capítulo 9 para más detalles). Todas las propiedades que aparecen en los números adimensionales C_f , f , Re y Gr se evalúan a la temperatura media de fluido, T_b . En la tabla 8-5 se da la lista de valores de las constantes empíricas de las ecuaciones 8-81 y 8-82. El rango de aplicación de la tabla 8-81 para el factor de fricción de transición se da enseguida:

Reentrante: $2\,700 \leq \text{Re} \leq 5\,500$, $16 \leq \text{Pr} \leq 35$, $7\,410 \leq \text{Gr} \leq 158\,300$,
 $1.13 \leq \mu_b/\mu_s \leq 2.13$

De borde en escuadra: $3\,500 \leq \text{Re} \leq 6\,900$, $12 \leq \text{Pr} \leq 29$, $6\,800 \leq \text{Gr} \leq 104\,500$,
 $1.11 \leq \mu_b/\mu_s \leq 1.89$

De boca acampanada: $5\,900 \leq \text{Re} \leq 9\,600$, $8 \leq \text{Pr} \leq 15$, $11\,900 \leq \text{Gr} \leq 353\,000$,
 $1.05 \leq \mu_b/\mu_s \leq 1.47$

TABLA 8-5

Constantes para la correlación del coeficiente de fricción de transición

Configuración geométrica de la entrada	A	B	C	m_1	m_2	m_3	m_4
Reentrante	5 840	-0.0145	-6.23	-1.10	0.460	-0.133	4.10
De borde en escuadra	4 230	-0.1600	-6.57	-1.13	0.396	-0.160	5.10
De boca acampanada	5 340	-0.0990	-6.32	-2.58	0.420	-0.410	2.46

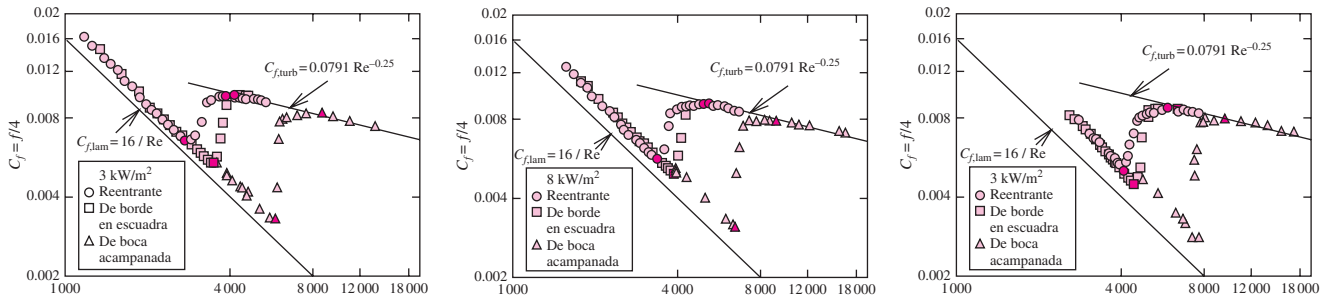


FIGURA 8-33

Coefficientes de fricción de flujo completamente desarrollado para tres diferentes configuraciones de entrada y flujos de calor (los símbolos rellenos designan el inicio y el final de la región de transición para cada entrada).

(Tomado de Tam y Ghajar, 1997).

Estas correlaciones capturaron alrededor de 82% de los datos medidos dentro de una banda de error de $\pm 10\%$, y 98% de los datos medidos con $\pm 20\%$. En el caso de los flujos laminares con calentamiento, Tam y Ghajar dan las constantes siguientes para la determinación del exponente m de la ecuación 8-79, $m_1 = 1.65$, $m_2 = 0.013$, $m_3 = 0.170$ y $m_4 = 0.840$, el cual es aplicable sobre el rango siguiente de los parámetros:

$$1100 \leq Re \leq 7400, \quad 6 \leq Pr \leq 36, \quad 17100 \leq Gr \leq 95600 \\ \text{y } 1.25 \leq \mu_b/\mu_s \leq 2.40.$$

Los resultados del coeficiente de fricción del flujo completamente desarrollado para las tres configuraciones diferentes de entrada, mostrados en la figura 8-33, establecen con claridad la influencia de la razón del calentamiento al principio y al final de las regiones de transición, para cada configuración de entrada. En las regiones laminar y de transición, el calentamiento parece tener una influencia significativa sobre el valor del coeficiente de fricción. Sin embargo, en la región turbulenta, el calentamiento no afectó la magnitud del coeficiente de fricción. Su influencia significativa sobre los valores del coeficiente de fricción en las regiones laminar y de transición se debe directamente al efecto del flujo secundario.

Los coeficientes isotérmicos de fricción para los tres tipos de entrada mostraron que el rango de los valores del número de Reynolds en el cual existe el flujo de transición depende fuertemente de la configuración geométrica de la entrada. Además, el calentamiento causó un aumento en los coeficientes de fricción de flujo laminar y turbulento, así como un incremento en los valores inferior y superior de los límites del régimen de transición en caso isotérmico. En la tabla 8-6, se resumen los rangos del número de Reynolds correspondientes al flujo de transición para el coeficiente de fricción en el caso isotérmico y los casos no isotérmicos (tres diferentes razones de calentamiento) para las tres entradas diferentes usadas en su estudio.

TABLA 8-6

Números de Reynolds de transición para el coeficiente de fricción

Flujo de calor	Reentrante	De borde en escuadra	De boca acampanada
0 kW/m ² (isotérmico)	2870 < Re < 3500	3100 < Re < 3700	5100 < Re < 6100
3 kW/m ²	3060 < Re < 3890	3500 < Re < 4180	5930 < Re < 8730
8 kW/m ²	3350 < Re < 4960	3860 < Re < 5200	6480 < Re < 9110
16 kW/m ²	4090 < Re < 5940	4450 < Re < 6430	7320 < Re < 9560

En la figura 8-34, se muestra la influencia de la configuración de la entrada a los coeficientes de fricción de flujo completamente desarrollado al inicio y al final de la región de transición en caso isotérmico.

Nótese que los coeficientes isotérmicos de fricción de flujo completamente desarrollado en las regiones laminar, turbulenta y de transición pueden obtenerse con facilidad a partir de las ecuaciones 8-79, 8-80 y 8-81, respectivamente, al dar al exponente del factor multiplicativo de la razón de viscosidades un tal valor que convierta a unidad este factor de corrección (es decir, al poner $m = 0$).

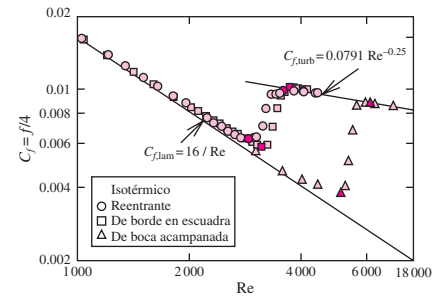


FIGURA 8-34

Influencia de las diferentes configuraciones de entrada sobre los coeficientes isotérmicos de fricción de flujo completamente desarrollado (los símbolos rellenos designan el inicio y el final de la región de transición para cada entrada).

(Tomado de Tam y Ghajar, 1997).

EJEMPLO 8-7 Coeficiente no isotérmico de fricción de flujo completamente desarrollado en la región de transición

Un tubo con una configuración acampanada de la entrada se sujeta a un flujo de calor en la pared de 8 kW/m^2 . El tubo tiene un diámetro interior de 0.0158 m y un gasto de $1.32 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$. El líquido que fluye dentro del tubo es una solución de etilenglicol en agua destilada con una fracción de masa de 0.34 . Las propiedades de la mezcla de etilenglicol y agua destilada en el lugar de interés son $\text{Pr} = 11.6$, $\nu = 1.39 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ y $\mu_b/\mu_s = 1.14$. Determine el coeficiente de fricción del flujo completamente desarrollado en un lugar a lo largo del tubo en donde el número de Grashof sea $\text{Gr} = 60\,800$. ¿Cuál sería la respuesta si, por el contrario, se usa una entrada de borde en escuadra?

SOLUCIÓN Una mezcla líquida que fluye en un tubo se sujeta a un flujo uniforme de calor en la pared. Se debe determinar los coeficientes de fricción para los casos de entrada de boca acampanada y de borde en escuadra.

Suposiciones Existen condiciones estacionarias de operación.

Propiedades Las propiedades de la mezcla de etilenglicol y agua destilada se dan como $\text{Pr} = 11.6$, $\nu = 1.39 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ y $\mu_b/\mu_s = 1.14$.

Análisis Para el cálculo del coeficiente no isotérmico de fricción de flujo completamente desarrollado, es necesario determinar el régimen de flujo, antes de tomar cualquier decisión referente a la relación del coeficiente de fricción que debe usarse. El número de Reynolds en el lugar especificado es

$$\text{Re} = \frac{(\dot{V}/A_c)D}{\nu} = \frac{[(1.32 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s})/(1.961 \times 10^{-4} \text{ m}^2)](0.0158 \text{ m})}{1.39 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 7651$$

ya que

$$A_c = \pi D^2/4 = \pi(0.0158 \text{ m})^2/4 = 1.961 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

En la tabla 8-6, se ve que, para una entrada de boca acampanada y un flujo de calor de 8 kW/m^2 , el flujo está en el régimen de transición. Por lo tanto, es aplicable la ecuación 8-81. Si se leen las constantes A , B y C , así como m_1 , m_2 , m_3 y m_4 , en la tabla 8-5, se determina que el coeficiente de fricción es

$$\begin{aligned} C_{f,\text{trans}} &= \left[1 + \left(\frac{\text{Re}}{A} \right)^B \right]^C \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^m \\ &= \left[1 + \left(\frac{7651}{5340} \right)^{-0.0997} \right]^{-6.32} (1.14)^{-2.58 - 0.42 \times 60,800^{-0.41} \times 11.6^{2.46}} = \mathbf{0.010} \end{aligned}$$

Caso de entrada de borde en escuadra Para esta forma de entrada, el número de Reynolds del flujo es el mismo que el de la acampanada ($Re = 7651$). Sin embargo, es necesario comprobar el tipo de régimen de flujo para esta entrada particular, con 8 kW/m^2 de calentamiento. Con base en la tabla 8-6, el rango del número de Reynolds de la transición es $3860 < Re < 5200$, lo cual significa que, en este caso, el flujo es turbulento y la ecuación 8-80 es la apropiada para usarse. Esto da

$$C_{f,\text{turb}} = \left(\frac{0.0791}{Re^{0.25}} \right) \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^\mu = \left(\frac{0.0791}{7651^{0.25}} \right) (1.14)^{-0.25} = \mathbf{0.0082}$$

Discusión Nótese que se pueden determinar los factores de fricción de Darcy, f , al multiplicar los valores del coeficiente de fricción de Fanning por 4.

Transferencia de calor en la región de transición

Ghajar y sus colaboradores también investigaron en forma experimental los efectos de la configuración de la entrada sobre la transferencia de calor en la región de transición entre los flujos laminar y turbulento en tubos, para las mismas tres configuraciones de entrada que se dan en la figura 8-32. Propusieron algunos métodos de predicción para este régimen, con el fin de establecer un puente entre los métodos laminares y los turbulentos, aplicables a la convección forzada y mixta en la región de entrada y en las regiones completamente desarrolladas, para los tres tipos de configuraciones de entrada, los cuales se exponen a continuación. El coeficiente local de transferencia de calor en el flujo de transición se obtiene a partir del número de Nusselt de transición, Nu_{trans} , el cual se calcula como sigue, a una distancia x de la entrada:

$$Nu_{\text{trans}} = Nu_{\text{lam}} + \{ \exp[(a - Re)/b] + Nu_{\text{turb}}^c \}^c \quad (8-83)$$

donde Nu_{lam} es el número de Nusselt del flujo laminar para los flujos laminares en la región de entrada, con efectos de convección natural,

$$Nu_{\text{lam}} = 1.24 \left[\left(\frac{RePrD}{x} \right) + 0.025(GrPr)^{0.75} \right]^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{0.14} \quad (8-84)$$

y Nu_{turb} es el número de Nusselt del flujo turbulento, con efectos de flujo en desarrollo,

$$Nu_{\text{turb}} = 0.023Re^{0.8} Pr^{0.385} \left(\frac{x}{D} \right)^{-0.0054} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{0.14} \quad (8-85)$$

Las propiedades físicas que aparecen en los números adimensionales Nu , Re , Pr y Gr se evalúan a la temperatura media de fluido, T_b . Los valores de las constantes empíricas a , b y c de la ecuación 8-83 dependen de la configuración de la entrada y se presentan en la tabla 8-7. La relación de viscosidades toma en cuenta el efecto de la temperatura sobre el proceso. El rango de aplicación del método para la transferencia de calor, en función de su base de datos de 1290 puntos (441 puntos para la entrada reentrante, 416

TABLA 8-7

Constantes para la correlación de la transferencia de calor en la transición.

Configuración geométrica de la entrada	a	b	c
Reentrante	1766	276	-0.955
De borde en escuadra	2617	207	-0.950
De boca acampanada	6628	237	-0.980

para la de borde en escuadra y 433 puntos para la de boca acampanada) se da enseguida:

Reentrante: $3 \leq x/D \leq 192, 1\,700 \leq Re \leq 9\,100, 5 \leq Pr \leq 51,$
 $4\,000 \leq Gr \leq 210\,000, 1.2 \leq \mu_b/\mu_s \leq 2.2$

De borde en escuadra: $3 \leq x/D \leq 192, 1\,600 \leq Re \leq 10\,700, 5 \leq Pr \leq 55,$
 $4\,000 \leq Gr \leq 250\,000, 1.2 \leq \mu_b/\mu_s \leq 2.6$

De boca acampanada: $3 \leq x/D \leq 192, 3\,300 \leq Re \leq 11\,100, 13 \leq Pr \leq 77,$
 $6\,000 \leq Gr \leq 110\,000, 1.2 \leq \mu_b/\mu_s \leq 3.1$

Estas correlaciones capturan alrededor de 70% de los datos medidos dentro de una banda de error de $\pm 10\%$, y 97% de los datos medidos dentro de una banda de error de $\pm 20\%$, lo cual es un logro para los flujos de transición. Pueden usarse por separado las expresiones antes dadas para Nu_{lam} y Nu_{turb} sólo en caso de los flujos en desarrollo en esos regímenes respectivos. En la tabla 8-8, se resumen los límites inferior y superior de los rangos del número de Reynolds de la transición para la transferencia de calor, para las tres diferentes entradas. Los resultados que se muestran en esta tabla indican que la configuración de entrada reentrante causa la transición más temprana del flujo laminar hacia el régimen de transición (a un número de Re de alrededor de 2 000), en tanto que la entrada de boca acampanada retarda este cambio de régimen (el cambio sucede a un número de Re de alrededor de 3 500). La entrada de borde en escuadra cae entre aquéllas (a número de Re alrededor de 2 400), lo cual está cercano al valor que se cita con frecuencia en la mayor parte de los libros de texto, de 2 300.

En la figura 8-35, se muestra con claridad la influencia de la configuración de la entrada sobre el inicio y el final de la región de transición de la transferencia de calor. En esta figura se tienen localizados en la gráfica los coeficientes promedios locales de transferencia periférica de calor, en términos del factor j de Colburn ($j_H = St Pr^{0.67}$) contra el número local de Reynolds que se tiene, para todos los regímenes de flujo, en la sección transversal del tubo correspondiente a la razón de longitud a diámetro de 192; St es el número de Stanton, el cual también es un coeficiente adimensional para la transferencia de calor (véase el capítulo 6 para obtener más detalles), definido como $St = Nu/(Re Pr)$. Los símbolos rellenos de la figura 8-35 representan el inicio y el final de la región de transición de la transferencia de calor para cada configuración de la entrada. Nótese la influencia grande de la convección natural sobrepuesta al proceso de transferencia de calor por convección forzada en el flujo laminar ($Nu = 4.364$ para un flujo laminar completamente desarrollado, con una condición de frontera de flujo uniforme de calor sin efectos de flotación), lo que da lugar a un valor de convección mixta de cerca de $Nu = 14.5$. En la ecuación 8-84, se incluye este efecto de flotación a través del número de Grashof.

En un estudio subsiguiente, Tam y Ghajar (1998) investigaron en forma experimental el comportamiento de los coeficientes locales de transferencia de calor en la región de transición, para un tubo con una entrada de boca acampanada. Este tipo de entrada se usa en algunos intercambiadores de

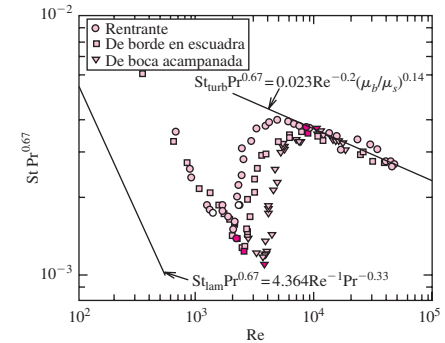


FIGURA 8-35

Influencia de las diferentes entradas sobre la región de transición de la transferencia de calor en la sección transversal correspondiente a $x/D = 192$ (los símbolos rellenos designan el inicio y el final de la región de transición para cada entrada) entre los límites de la correlación de Dittus-Boelter ($Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n$), para el flujo turbulento completamente desarrollado (usando $n = 1/3$ para el calentamiento), y $Nu = 4.364$, para el flujo laminar completamente desarrollado, con una condición de frontera de flujo de calor uniforme. Nótese el efecto de flotación sobre los datos del flujo laminar, lo que da un coeficiente de transferencia de calor por convección mixta mucho más grande.

(Tomado de Ghajar y Tam, 1994).

TABLA 8-8

Límites inferiores y superiores de los números de Reynolds de transición para la transferencia de calor

Configuración geométrica de la entrada	Límite inferior	Límite superior
Reentrante	$Re_{inferior} = 2\,157 - 0.65[192 - (x/D)]$	$Re_{superior} = 8\,475 - 9.28[192 - (x/D)]$
De borde en escuadra	$Re_{inferior} = 2\,524 - 0.82[192 - (x/D)]$	$Re_{superior} = 8\,791 - 7.69[192 - (x/D)]$
De boca acampanada	$Re_{inferior} = 3\,787 - 1.80[192 - (x/D)]$	$Re_{superior} = 10\,481 - 5.47[192 - (x/D)]$

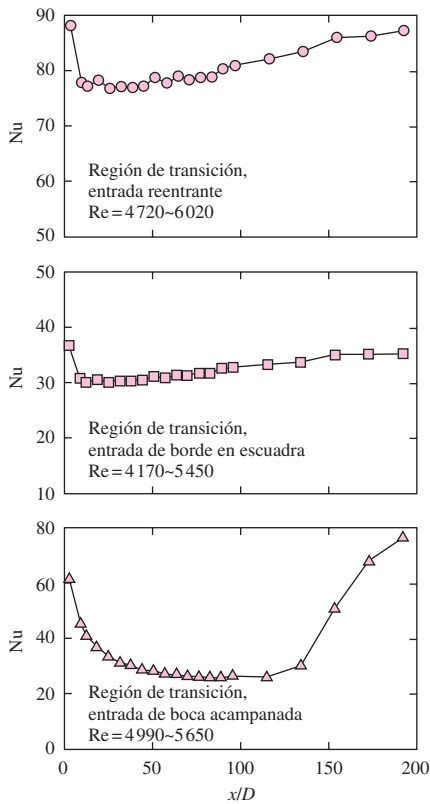


FIGURA 8-36

Variación del número local de Nusselt con la longitud, para las entradas reentrante, de borde en escuadra y de boca acampanada, en la región de transición.

(Tomado de Tam y Ghajar, 1998).

calor, principalmente para evitar la presencia de remolinos, los cuales se cree que constituyen una de las causas de la erosión en la región de entrada del tubo. Para la entrada de boca acampanada, la variación del coeficiente local de transferencia de calor con la longitud, en las regiones de flujo de transición y turbulento, es muy inusual. Para esta configuración geométrica de la entrada, la capa límite a lo largo de la pared del tubo es al principio laminar y, a continuación, cambia a través de una transición hacia la condición de flujo turbulento, causando una declinación en la curva de Nu contra x/D . En sus experimentos con un diámetro interior fijo de 15.84 mm, la longitud de la declinación en la región de transición fue mucho más larga ($100 < x/D < 175$) que en la región turbulenta ($x/D < 25$). La presencia de la declinación en la región de transición causa una influencia significativa tanto en el coeficiente local de transferencia de calor como en el promedio. Esto resulta de particular importancia para los cálculos de la transferencia de calor en los intercambiadores de calor de tubos cortos con una entrada acampanada. En la figura 8-36, se muestra la variación del número local de Nusselt a lo largo de la longitud del tubo, en la región de transición, para las tres configuraciones de la entrada, con números comparables de Reynolds.

EJEMPLO 8-8 Transferencia de calor en la región de transición

Una mezcla de etilenglicol y agua destilada con una fracción de masa de etilenglicol de 0.6 y un gasto de $2.6 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ fluye dentro de un tubo con un diámetro interior de 0.0158 m, sujeto a un flujo uniforme de calor en la pared del tubo. Para este flujo, determine el número de Nusselt en la ubicación $x/D = 90$, si la configuración de la entrada del tubo es: a) reentrante, b) de borde en escuadra y c) de boca acampanada. En este lugar, el número local de Grashof es $Gr = 51\,770$. Las propiedades de la mezcla de etilenglicol y agua destilada en el lugar de interés son $Pr = 29.2$, $\nu = 3.12 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ y $\mu_b/\mu_s = 1.77$.

SOLUCIÓN Una mezcla líquida que fluye en un tubo se sujeta a un flujo uniforme de calor en la pared del tubo. Se debe determinar el número de Nusselt en un lugar especificado, para tres configuraciones diferentes de la entrada del tubo.

Suposición Existen condiciones estacionarias de operación.

Propiedades Las propiedades de la mezcla etilenglicol-agua destilada se dan como $Pr = 29.2$, $\nu = 3.12 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ y $\mu_b/\mu_s = 1.77$.

Análisis Para un tubo con un diámetro y gasto volumétrico conocidos, el tipo de régimen de flujo se determina antes de tomar cualquier decisión referente a cuál correlación del número de Nusselt se ha de usar. El número de Reynolds en el lugar especificado es

$$Re = \frac{(\dot{V}/A_c)D}{\nu} = \frac{[(2.6 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s})(1.961 \times 10^{-4} \text{ m}^2)](0.0158 \text{ m})}{3.12 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 6714$$

ya que

$$A_c = \pi D^2/4 = \pi(0.0158 \text{ m})^2/4 = 1.961 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Por lo tanto, el régimen de flujo está en la región de transición para las tres configuraciones de la entrada (por ello, use la información dada en la tabla 8-8 con $x/D = 90$) y, por lo mismo, se debe utilizar la ecuación 8-83 con las constantes a , b y c halladas en la tabla 8-7. Sin embargo, se requieren Nu_{lam} y Nu_{turb} para la ecuación 8-83 y necesitan evaluarse primero de las ecuaciones 8-84 y 8-85, respectivamente. Se debe mencionar que las correlaciones Nu_{lam} y Nu_{turb} no dependen de la configuración de la entrada.

De la ecuación 8-84:

$$\begin{aligned} \text{Nu}_{\text{lam}} &= 1.24 \left[\left(\frac{\text{RePr}D}{x} \right) + 0.025(\text{GrPr})^{0.75} \right]^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{0.14} \\ &= 1.24 \left[\left(\frac{(6\,714)(29.2)}{90} \right) + 0.025[(51\,770)(29.2)]^{0.75} \right]^{1/3} (1.77)^{0.14} = 19.9 \end{aligned}$$

De la 8-85:

$$\begin{aligned} \text{Nu}_{\text{turb}} &= 0.023\text{Re}^{0.8}\text{Pr}^{0.385} \left(\frac{x}{D} \right)^{-0.0054} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{0.14} \\ &= 0.023(6\,714)^{0.8}(29.2)^{0.385}(90)^{-0.0054}(1.77)^{0.14} = 102.7 \end{aligned}$$

Entonces se puede determinar el número de Nusselt para la transición a partir de la ecuación 8-83,

$$\text{Nu}_{\text{trans}} = \text{Nu}_{\text{lam}} + \{ \exp[(a - \text{Re})/b] + \text{Nu}_{\text{turb}}^c \}^c$$

Caso 1: Para la entrada reentrante:

$$\text{Nu}_{\text{trans}} = 19.9 + \{ \exp[(1\,766 - 6\,714)/276] + 102.7^{-0.955} \}^{-0.955} = \mathbf{88.2}$$

Caso 2: Para la entrada de borde en escuadra:

$$\text{Nu}_{\text{trans}} = 19.9 + \{ \exp[(2\,617 - 6\,714)/207] + 102.7^{-0.950} \}^{-0.950} = \mathbf{85.3}$$

Caso 3: Para la entrada de boca acampanada:

$$\text{Nu}_{\text{trans}} = 19.9 + \{ \exp[(6\,628 - 6\,714)/237] + 102.7^{-0.980} \}^{-0.980} = \mathbf{21.3}$$

Discusión Vale la pena mencionar que, para las entradas reentrante y de borde en escuadra, el flujo se comporta en forma normal. Para la entrada de boca acampanada, el número de Nusselt es bajo en comparación con las otras dos entradas. Esto se debe al comportamiento inusual de la entrada de boca acampanada que se hizo notar con anterioridad (véase la figura 8-36); es decir, la capa límite a lo largo de la pared del tubo es al principio laminar y, después, cambia a través de una región de transición hacia la condición turbulenta.

BIBLIOGRAFÍA

1. A. J. Ghajar y K. F. Madon. "Pressure Drop Measurements in the Transition Region for a Circular Tube with Three Different Inlet Configurations". *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 5 (1992), págs. 129-135.
2. A. J. Ghajar y L. M. Tam. "Heat Transfer Measurements and Correlations in the Transition Region for a Circular Tube with Three Different Inlet Configurations". *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 8 (1994), págs. 79-90.
3. A. J. Ghajar y L. M. Tam. "Flow Regime Map for a Horizontal Pipe with Uniform Wall Heat Flux and Three Inlet Configurations". *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 10 (1995), págs. 287-297.

4. A. J. Ghajar, L. M. Tam y S. C. Tam. "Improved Heat Transfer Correlation in the Transition Region for a Circular Tube with Three Inlet Configurations Using Artificial Neural Networks". *Heat Transfer Engineering*, Vol. 25, No. 2 (2004), págs. 30-40.
5. L. M. Tam y A. J. Ghajar. "Effect of Inlet Geometry and Heating on the Fully Developed Friction Factor in the Transition Region of a Horizontal Tube". *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 15 (1997), págs. 57-64.
6. L. M. Tam y A. J. Ghajar. "The Unusual Behavior of Local Heat Transfer Coefficient in a Circular Tube with a Bell-Mouth Inlet". *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 16 (1998), págs. 187-194.

RESUMEN

El *flujo interno* se caracteriza por estar el fluido completamente confinado por las superficies interiores del tubo. La velocidad y temperaturas medias o promedio para un tubo circular de radio R se expresan como

$$V_{\text{prom}} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(r)rdr \quad \text{y} \quad T_m = \frac{2}{V_{\text{prom}} R^2} \int_0^R u(r)T(r)rdr$$

El número de Reynolds para el flujo interno y el diámetro hidráulico se definen como

$$\text{Re} = \frac{\rho V_{\text{prom}} D}{\mu} = \frac{V_{\text{prom}} D}{\nu} \quad \text{y} \quad D_h = \frac{4A_c}{p}$$

El flujo en un tubo es laminar para $\text{Re} < 2\,300$, turbulento para $\text{Re} > 10\,000$ y de transición entre estos valores.

La longitud de la región desde la admisión del tubo hasta el punto en el que se une la capa límite con la línea central es la *longitud hidrodinámica de entrada* L_h . La región más allá de la de entrada en la cual el perfil de velocidades está completamente desarrollado es la *región hidrodinámica completamente desarrollada*. La longitud de la región de flujo sobre la cual la capa límite térmica se desarrolla y alcanza el centro del tubo se llama *longitud térmica de entrada* L_t . La región en la cual el flujo está desarrollado tanto hidrodinámica como térmicamente es la *región del flujo completamente desarrollado*. Las longitudes de las entradas se expresan por

$$\begin{aligned} L_{h, \text{laminar}} &\approx 0.05 \text{ Re } D \\ L_{t, \text{laminar}} &\approx 0.05 \text{ Re } \text{Pr } D = \text{Pr } L_{h, \text{laminar}} \\ L_{h, \text{turbulento}} &\approx L_{t, \text{turbulento}} \approx 10D \end{aligned}$$

Para $\dot{q}_s = \text{constante}$, la velocidad de la transferencia de calor se expresa como

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{m} c_p (T_e - T_i)$$

Para $T_s = \text{constante}$, se tiene

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= h A_s \Delta T_{\text{ln}} = \dot{m} c_p (T_e - T_i) \\ T_e &= T_s - (T_s - T_i) \exp(-h A_s / \dot{m} c_p) \\ \Delta T_{\text{ln}} &= \frac{T_i - T_e}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e / \Delta T_i)} \end{aligned}$$

La pérdida irreversible de presión debida a los efectos de fricción y la potencia requerida de bombeo para vencer esta pérdida, para un gasto volumétrico \dot{V} , son

$$\Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{\text{prom}}^2}{2} \quad \text{y} \quad \dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{V} \Delta P_L$$

Para el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular, se tiene:

$$\begin{aligned} u(r) &= 2V_{\text{prom}} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = u_{\text{máx}} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \\ f &= \frac{64\mu}{\rho D V_{\text{prom}}} = \frac{64}{\text{Re}} \\ \dot{V} &= V_{\text{prom}} A_c = \frac{\Delta P R^2}{8\mu L} \pi R^2 = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\mu L} = \frac{\pi R^4 \Delta P}{128\mu L} \end{aligned}$$

$$\text{Tubo circular, laminar } (\dot{q}_s = \text{constante}): \text{Nu} = \frac{hD}{k} = 4.36$$

$$\text{Tubo circular, laminar } (T_s = \text{constante}): \text{Nu} = \frac{hD}{k} = 3.66$$

Para el *flujo laminar en desarrollo* en la región de entrada, con temperatura superficial constante, se tiene

$$\text{Tubo circular: } \text{Nu} = 3.66 + \frac{0.065(D/L) \text{Re Pr}}{1 + 0.04[(D/L) \text{Re Pr}]^{2/3}}$$

$$\text{Tube circular: } Nu = 1.86 \left(\frac{Re Pr D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{0.14}$$

$$\text{Placas paralelas: } Nu = 7.54 + \frac{0.03(D_h/L) Re Pr}{1 + 0.016[(D_h/L) Re Pr]^{2/3}}$$

Para el flujo turbulento completamente desarrollado con superficies lisas, se tiene

$$f = (0.790 \ln Re - 1.64)^{-2} \quad 10^4 < Re < 10^6$$

$$Nu = 0.125f Re Pr^{1/3}$$

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} \quad \left(\begin{array}{l} 0.7 \leq Pr \leq 160 \\ Re > 10\,000 \end{array} \right)$$

$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n$ con $n = 0.4$ para calentamiento y 0.3 para enfriamiento del fluido

$$Nu = \frac{(f/8)(Re - 1\,000) Pr}{1 + 12.7(f/8)^{0.5} (Pr^{2/3} - 1)} \left(\begin{array}{l} 0.5 \leq Pr \leq 2\,000 \\ 3 \times 10^3 < Re < 5 \times 10^6 \end{array} \right)$$

Las propiedades del fluido se evalúan a la *temperatura media de la masa del fluido* $T_b = (T_i + T_e)/2$. Para el flujo de metales líquidos en el rango de $10^4 < Re < 10^6$, se tiene:

$$T_s = \text{constante: } Nu = 4.8 + 0.0156 Re^{0.85} Pr_s^{0.93}$$

$$\dot{q}_s = \text{constante: } Nu = 6.3 + 0.0167 Re^{0.85} Pr_s^{0.93}$$

Para el flujo turbulento completamente desarrollado con superficies ásperas el factor de fricción f se determina con base en el diagrama de Moody, o bien, con la expresión

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \approx -1.8 \log \left[\frac{6.9}{Re} + \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} \right]$$

Para una corona circular concéntrica el diámetro hidráulico es $D_h = D_o - D_i$ y los números de Nusselt se expresan como

$$Nu_i = \frac{h_i D_h}{k} \quad \text{y} \quad Nu_o = \frac{h_o D_h}{k}$$

donde los valores para los números de Nusselt se dan en la tabla 8-4.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

- M. S. Bhatti y R. K. Shah, "Turbulent and Transition Flow Convective Heat Transfer in Ducts", en *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, editores S. Kakaç, R. K. Shah y W. Aung, Nueva York: Wiley Interscience, 1987.
- Y. A. Cengel y J. M. Cimbala. *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. Nueva York: McGraw-Hill, 2005.
- A. P. Colburn, *Transactions of the AIChE* 26 (1933), p. 174.
- C. F. Colebrook, "Turbulent flow in Pipes, with Particular Reference to the Transition between the Smooth and Rough Pipes Laws", en *Journal of the Institute of Civil Engineers London*, 11 (1939), pp. 133-156.
- R. G. Deissler, "Analysis of Turbulent Heat Transfer and Flow in the Entrance Regions of Smooth Passages", 1953, mencionado en *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, editores S. Kakaç, R. K. Shah y W. Aung, Nueva York: Wiley Interscience, 1987.
- D. F. Dipprey y D. H. Sabersky, "Heat and Momentum Transfer in Smooth and Rough Tubes at Various Prandtl Numbers", en *International Journal of Heat Mass Transfer* 6 (1963), pp. 329-353.
- F. W. Dittus y L. M. K. Boelter, *University of California Publications on Engineering* 2 (1930), p. 433.
- D. K. Edwards, V. E. Denny y A. F. Mills, *Transfer Processes*, 2a. ed., Washington, DC: Hemisphere, 1979.
- V. Gnielinski, "New Equations for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel Flow", en *International Chemical Engineering* 16 (1976), pp. 359-368.
- S. E. Haaland, "Simple and Explicit Formulas for the Friction Factor in Turbulent Pipe Flow", en *Journal of Fluids Engineering* (marzo de 1983), pp. 89-90.
- S. Kakaç, R. K. Shah y W. Aung, editores, *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Nueva York: Wiley Interscience, 1987.
- W. M. Kays y M. E. Crawford, *Convective Heat and Mass Transfer*, 3a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 1993.
- W. M. Kays y H. C. Perkins, capítulo 7, en *Handbook of Heat Transfer*, editores W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett, Nueva York: McGraw-Hill, 1972.
- L. F. Moody, "Friction Factors for Pipe Flows", en *Transactions of the ASME* 66 (1944), pp. 671-684.
- M. Molki y E. M. Sparrow, "An Empirical Correlation for the Average Heat Transfer Coefficient in Circular Tubes", en *Journal of Heat Transfer* 108 (1986), pp. 482-484.
- R. H. Norris, "Some Approximate Heat Transfer Correlations for Turbulent Flow in Ducts with Rough Surfaces", en *Augmentation of Convective Heat Transfer*, editores A. E. Bergles y R. L. Webb, Nueva York: ASME, 1970.
- B. S. Petukhov, "Heat Transfer and Friction in Turbulent Pipe Flow with Variable Physical Properties", en *Advances in Heat Transfer*, editores T. F. Irvine y J. P. Hartnett, vol. 6, Nueva York: Academic Press, 1970.