

## CONVECCIÓN EXTERNA FORZADA

**E**n el capítulo 6 se consideran los aspectos generales y teóricos de la convección forzada, con énfasis en la formulación diferencial y las soluciones analíticas. En este capítulo se consideran los aspectos prácticos de la convección forzada hacia superficies planas o curvas, o desde éstas, sujetas a *flujo externo*, caracterizada por capas límite que crecen con libertad rodeadas por una región de flujo libre que no comprende gradientes de velocidad ni de temperatura.

Se inicia este capítulo con un panorama general del flujo externo, con énfasis en la resistencia al movimiento, o arrastre, por la fricción y la presión, la separación del flujo y la evaluación de los coeficientes de resistencia y de convección promedios. Se continúa con el *flujo paralelo sobre placas planas*. En el capítulo 6 se resolvieron las ecuaciones de las capas límite para el flujo paralelo, laminar y estacionario sobre una placa plana y se obtuvieron relaciones para el coeficiente de fricción local y el número de Nusselt. Mediante estas relaciones como punto de partida, se determinó el coeficiente de fricción promedio y el número de Nusselt. Enseguida se extiende el análisis hacia el flujo turbulento en placas planas con un tramo inicial no calentado y sin éste.

A continuación se considera el *flujo cruzado sobre cilindros y esferas* y se presentan gráficas y correlaciones empíricas para los coeficientes de resistencia y los números de Nusselt, y se discute su significado. Por último, se considera el *flujo cruzado sobre bancos de tubos* en configuraciones alineadas y escalonadas y se presentan correlaciones para la caída de presión y el número de Nusselt promedio para ambas configuraciones.

### OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Distinguir entre flujo interno y externo
- Desarrollar una comprensión intuitiva del arrastre por fricción y el arrastre por presión, y evaluar los coeficientes promedio de arrastre y de convección en el flujo externo
- Evaluar el arrastre y la transferencia de calor asociados con el flujo sobre una placa plana, tanto para el flujo laminar como para el turbulento
- Calcular la fuerza de arrastre ejercida sobre cilindros por el flujo cruzado, así como el coeficiente promedio de transferencia de calor, y
- Determinar la caída de presión y el coeficiente promedio de transferencia de calor asociados con el flujo a través de un banco de tubos, tanto para la configuración en línea como para la configuración escalonada.



### CONTENIDO

- 7-1 Fuerza de resistencia al movimiento y transferencia de calor en el flujo externo 396
- 7-2 Flujo paralelo sobre placas planas 399
- 7-3 Flujo a través de cilindros y esferas 408
- 7-4 Flujo a través de bancos de tubos 417

#### **Tema de interés especial:**

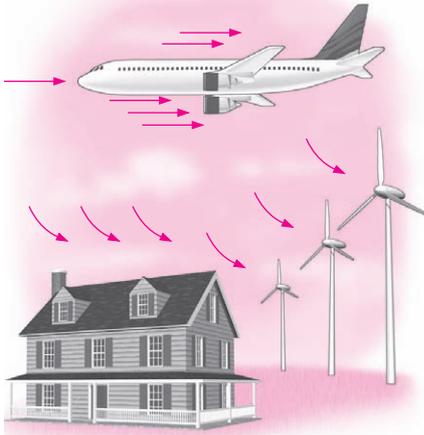
Reducción de la transferencia de calor a través de superficies: aislamiento térmico 423

**Resumen** 434

**Bibliografía y lecturas sugeridas** 435

**Problemas** 436

## 7-1 ■ FUERZA DE RESISTENCIA AL MOVIMIENTO Y TRANSFERENCIA DE CALOR EN EL FLUJO EXTERNO



**FIGURA 7-1**

En la práctica, es común encontrar flujo sobre cuerpos.

En la práctica con frecuencia se tiene flujo de fluidos sobre cuerpos sólidos, y es responsable de numerosos fenómenos físicos como la *fuerza de resistencia al movimiento*, o *arrastre*, que actúa sobre los automóviles, las líneas de energía eléctrica, los árboles y las tuberías submarinas; la *sustentación* desarrollada por las alas de los aviones y el *enfriamiento* de láminas metálicas o de plástico, de tubos de vapor de agua y de agua caliente, y de alambres extruidos (figura 7.1). Por lo tanto, es importante el desarrollo de una buena comprensión del flujo externo y de la convección forzada externa en el diseño mecánico y térmico de muchos sistemas de ingeniería, como aviones, automóviles, edificios, componentes electrónicos y álabes de turbinas.

Los campos de flujo y las configuraciones geométricas para la mayor parte de los problemas de flujo externo son demasiado complicados para ser resueltos analíticamente y, por tanto, se tiene que confiar en las correlaciones basadas en datos experimentales. La disponibilidad de computadoras de alta velocidad ha hecho que sea posible conducir con rapidez series de “experimentaciones numéricas” mediante la solución de las ecuaciones que rigen el proceso y recurrir a las pruebas y experimentación caras y tardadas sólo en las etapas finales del diseño. Este capítulo se apoyará principalmente en relaciones desarrolladas en forma experimental.

La velocidad del fluido en relación con un cuerpo sólido sumergido, suficientemente lejos de éste (fuera de la capa límite) se llama **velocidad de la corriente libre**. Suele tomarse como igual a la **velocidad corriente arriba**,  $V$ , también llamada **velocidad de aproximación**, la cual es la velocidad del fluido que se aproxima, lejos y adelante del cuerpo. Esta idealización es casi exacta para cuerpos muy delgados, como una placa plana paralela al flujo, pero aproximada para cuerpos redondos o romos, como un cilindro grande. La velocidad del fluido va desde cero en la superficie (la condición de no deslizamiento) hasta el valor de la corriente libre, lejos de esa superficie, y el subíndice “infinito” sirve como un recordatorio de que se trata del valor a una distancia, donde no se siente la presencia del cuerpo. En general, la velocidad corriente arriba puede variar con el lugar y el tiempo (por ejemplo, el viento que sopla de uno a otro lado de un edificio). Pero en el diseño y el análisis, suele suponerse por conveniencia que la velocidad corriente arriba es *uniforme y estacionaria* y esto es lo que se hará en este capítulo.

### Resistencia al movimiento debida a la fricción y la presión

Es una experiencia común que un cuerpo encuentre alguna resistencia cuando se le fuerza a moverse a través de un fluido, en especial si se trata de un líquido. Puede ser que el lector haya visto vientos fuertes derribando árboles, líneas de alta tensión e, incluso, remolques, o haya sentido el fuerte “empuje” que ejerce el viento sobre su cuerpo; experimenta la misma sensación cuando extiende su brazo hacia fuera de la ventana de un automóvil en movimiento. La fuerza en la dirección del flujo que ejerce un fluido cuando se desplaza sobre un cuerpo se llama **arrastre** (figura 7-2).



**FIGURA 7-2**

Esquema para medir la fuerza de resistencia al movimiento sobre un automóvil en un túnel de viento.

Un fluido en reposo sólo ejerce fuerzas perpendiculares de presión sobre la superficie de un cuerpo sumergido en él. Sin embargo, un fluido en movimiento también ejerce fuerzas cortantes tangenciales sobre la superficie debido a la condición de no deslizamiento causada por los efectos viscosos. En general, estas dos fuerzas tienen componentes en la dirección del flujo y, de este modo, la fuerza de resistencia al movimiento se debe a los efectos com-

binados de la presión y de las fuerzas cortantes sobre la pared en la dirección del flujo. Las componentes de la presión y de las fuerzas cortantes en la pared en la dirección perpendicular al flujo tienden a mover al cuerpo en esa dirección y su suma se llama **sustentación**.

En general, tanto la fricción superficial (fuerza cortante en la pared) como la presión contribuyen a la fuerza de resistencia y a la sustentación. En el caso especial de una placa plana delgada, alineada paralela a la dirección del flujo, la fuerza de resistencia al movimiento depende sólo de la fuerza cortante en la pared y es independiente de la presión. Sin embargo, cuando la placa plana se coloca perpendicular a la dirección del flujo, la fuerza de resistencia depende sólo de la presión y es independiente de la fuerza cortante en la pared, ya que el esfuerzo cortante en este caso actúa en la dirección normal al flujo (figura 7-3). Para los cuerpos esbeltos, como las alas, la fuerza cortante actúa casi paralela a la dirección del flujo. La fuerza de resistencia para esos cuerpos esbeltos se debe principalmente a fuerzas cortantes (la fricción superficial).

La fuerza de resistencia al movimiento  $F_D$  depende de la densidad  $\rho$  del fluido, la velocidad corriente arriba,  $V$ , y del tamaño, forma y orientación del cuerpo, entre otras cosas. Las características de resistencia al movimiento de un cuerpo se representan por el **coeficiente de resistencia al movimiento**, o **de arrastre**, adimensional  $C_D$  definido como

Coeficiente de resistencia: 
$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad (7-1)$$

donde  $A$  es el *área frontal* (el área proyectada sobre un plano perpendicular a la dirección del flujo) para los cuerpos obtusos —cuerpos que tienden a bloquear el flujo—. Por ejemplo, el área frontal de un cilindro de diámetro  $D$  y longitud  $L$  es  $A = LD$ . Para flujo paralelo sobre placas planas o superficies aerodinámicas delgadas,  $A$  es el área superficial. El coeficiente de resistencia al movimiento es principalmente función de la forma del cuerpo, pero también puede depender del número de Reynolds y de la aspereza de la superficie.

La fuerza de resistencia es la ejercida por un fluido sobre un cuerpo en la dirección del flujo debida a los efectos combinados de la fuerza cortante en la pared y las fuerzas de presión. La parte de la fuerza de resistencia que se debe directamente a la fuerza cortante en la pared  $\tau_w$  se llama **resistencia al movimiento**, o **arrastre, por la fricción superficial** (o sólo *resistencia al movimiento por la fricción*), ya que es causada por efectos de fricción, y aquella que se debe directamente a la presión  $P$  se llama **resistencia al movimiento**, o **arrastre, por la presión** (también llamada *resistencia al movimiento por la forma*, debido a su fuerte dependencia de la forma o conformación del cuerpo). Cuando se dispone de los coeficientes de resistencia por la fricción y la presión se determina el coeficiente total de resistencia al movimiento simplemente al sumarlos,

$$C_D = C_{D, \text{fricción}} + C_{D, \text{presión}} \quad (7-2)$$

La *resistencia por la fricción* es la componente de la fuerza cortante en la pared en la dirección del flujo y, por consiguiente, depende de la orientación del cuerpo así como de la magnitud del esfuerzo cortante en la pared  $\tau_w$ . La resistencia al movimiento por la fricción es *cero* para una superficie perpendicular al flujo y es *máxima* para una superficie paralela a éste, ya que en este caso es igual a la fuerza cortante total sobre la superficie. Por lo tanto, para el flujo paralelo sobre una placa plana, el coeficiente de resistencia es igual al *coeficiente de resistencia al movimiento por la fricción* o, simplemente, al *coeficiente de fricción* (figura 7-4). Es decir,

Placa plana: 
$$C_D = C_{D, \text{fricción}} = C_f \quad (7-3)$$

Una vez que se cuenta con el coeficiente de fricción promedio  $C_f$  se puede determinar la fuerza de resistencia al movimiento (o fricción) sobre la super-

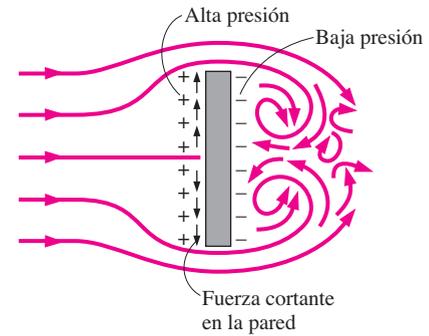


FIGURA 7-3

La fuerza de resistencia al movimiento que actúa sobre una placa plana perpendicular al flujo depende sólo de la presión y es independiente de la fuerza cortante de la pared, la cual actúa perpendicular al flujo.

$$\begin{aligned} C_{D, \text{presión}} &= 0 \\ C_D &= C_{D, \text{fricción}} = C_f \\ F_{D, \text{presión}} &= 0 \\ F_D &= F_{D, \text{fricción}} = F_f = C_f A \frac{\rho V^2}{2} \end{aligned}$$

FIGURA 7-4

Para el flujo paralelo sobre una placa plana, la fuerza de resistencia por la presión es cero y, por tanto, el coeficiente de resistencia es igual al coeficiente de fricción, y la fuerza de resistencia al movimiento es igual a la fuerza de fricción

ficie a partir de la ecuación 7-1. En este caso,  $A$  es el área superficial de la placa expuesta al flujo del fluido. Cuando los dos lados de una placa delgada están sujetos al flujo,  $A$  se convierte en el área total de las superficies superior e inferior. Note que, en general, el coeficiente de fricción variará con la ubicación a lo largo de la superficie.

La resistencia por la fricción depende fuertemente de la viscosidad, y un fluido “idealizado” con viscosidad cero produciría resistencia cero por la fricción, dado que el esfuerzo cortante en la pared sería cero. En este caso, la resistencia al movimiento por la presión también sería cero durante el flujo estacionario, sin importar la forma del cuerpo, ya que no habría pérdidas de presión. Para el flujo en la dirección horizontal, por ejemplo, la presión a lo largo de una recta horizontal será constante (precisamente como en los fluidos estacionarios) puesto que la velocidad corriente arriba es constante y, de este modo, no se tendrá fuerza neta de presión al actuar sobre el cuerpo en la dirección horizontal. Por lo tanto, la resistencia total es cero para el caso del flujo de un fluido ideal no viscoso.

A bajos números de Reynolds, la mayor parte de la resistencia al movimiento se debe a la resistencia por la fricción. Éste es el caso para los cuerpos intensamente aerodinámicos. La resistencia por la fricción también es proporcional al área superficial. Por lo tanto, los cuerpos con un área superficial más grande experimentarán mayor resistencia por la fricción. Por ejemplo, los aviones comerciales grandes reducen su área superficial total y, de este modo, la resistencia al movimiento, al replegar las extensiones de sus alas cuando llegan a las altitudes de crucero, con el fin de ahorrar combustible. En el flujo laminar el coeficiente de resistencia por la fricción es independiente de la *aspereza superficial*, pero en el flujo turbulento es fuerte función de esa aspereza, debido a los elementos de ésta que sobresalen hacia la subcapa laminar fuertemente viscosa.

El arrastre por presión es proporcional al área frontal y a la *diferencia* entre las presiones que actúan sobre el frente y la parte posterior del cuerpo sumergido. Por lo tanto, el arrastre por presión suele ser dominante para los cuerpos romos, despreciable para los alargados, como los perfiles aerodinámicos, y de valor cero para las placas planas paralelas al flujo.

Cuando un fluido se separa de un cuerpo, forma una región separada entre ese cuerpo y la corriente de fluido. Esta región de baja presión que está detrás del cuerpo en donde ocurren la recirculación y los contraflujos se conoce como **región separada**. Entre mayor sea la región separada, mayor es el arrastre por presión. Los efectos de la separación del flujo se sienten lejos corriente abajo, en forma de velocidad reducida (en relación con la velocidad corriente arriba). La región del flujo que va detrás del cuerpo, en donde se sienten los efectos del cuerpo sobre la velocidad, se llama **estela** (figura 7-5). La región separada llega a un fin cuando vuelven a unirse las corrientes del flujo. Por lo tanto, la región separada es un volumen encerrado, en tanto que la estela se prolonga detrás del cuerpo hasta que el fluido en la región de la estela vuelve a adquirir su velocidad que tuvo antes de encontrarse con el cuerpo, y el perfil de velocidad se hace casi plano una vez más. Los efectos viscosos y de rotación son los más significativos en la capa límite, la región separada y la estela.



**FIGURA 7-5**

Separación en el flujo sobre una pelota de tenis y la región de la estela.

Cortesía de la NASA y de Cislunar Aerospace, Inc.

## Transferencia de calor

Los fenómenos que afectan la fuerza de resistencia al movimiento también afectan la transferencia de calor y este efecto aparece en el número de Nusselt. En el capítulo 6 se demostró que mediante la eliminación de las dimensiones en las ecuaciones de la capa límite los números local y promedio de Nusselt tienen la forma funcional

$$\text{Nu}_x = f_1(x^*, \text{Re}_x, \text{Pr}) \quad \text{y} \quad \text{Nu} = f_2(\text{Re}_L, \text{Pr}) \quad (7-4a, b)$$

Los datos experimentales para la transferencia de calor a menudo se representan de manera conveniente con precisión razonable mediante una simple relación de la ley de las potencias de la forma

$$Nu = C Re_L^m Pr^n \quad (7-5)$$

donde  $m$  y  $n$  son exponentes constantes y el valor de la constante  $C$  depende de la configuración geométrica y del flujo.

La temperatura del fluido en la capa límite térmica varía desde  $T_s$ , en la superficie, hasta alrededor de  $T_\infty$ , en el borde exterior de esa capa. Las propiedades del fluido también varían con la temperatura y, por consiguiente, con la posición a lo largo de la capa límite. Para tomar en consideración la variación de las propiedades con la temperatura, las propiedades del fluido suelen evaluarse en la llamada **temperatura de película**, definida como

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} \quad (7-6)$$

la cual es el *promedio aritmético* de las temperaturas de la superficie y del flujo libre. De esta forma, se supone que las propiedades del fluido se mantienen constantes en esos valores a lo largo de todo el flujo. Una manera alternativa de considerar la variación de las propiedades con la temperatura es evaluar todas esas propiedades a la temperatura del flujo libre y multiplicar el número de Nusselt obtenido de la ecuación 7-5 por  $(Pr_\infty/Pr_s)^r$  o  $(\mu_\infty/\mu_s)^r$ , donde  $r$  es una constante determinada en forma experimental.

Los coeficientes locales de resistencia al movimiento y de convección varían a lo largo de la superficie como resultado de los cambios en las capas límite de velocidad en la dirección del flujo. Por lo común se está interesado en la fuerza de resistencia y la rapidez de la transferencia de calor para la superficie *completa*, las cuales se pueden determinar mediante los coeficientes de fricción y de convección *promedio*. Por lo tanto, se presentan correlaciones tanto para los coeficientes locales (identificados con el subíndice  $x$ ) y los de fricción y de convección promedio. Cuando se cuenta con las relaciones para los coeficientes de fricción y de convección locales, se pueden determinar los coeficientes de fricción y de convección *promedio* por integración a partir de

$$C_D = \frac{1}{L} \int_0^L C_{D,x} dx \quad (7-7)$$

y

$$h = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx \quad (7-8)$$

Cuando se dispone de los coeficientes de resistencia y de convección promedio, se puede determinar la fuerza de resistencia a partir de la ecuación 7-1, y la velocidad de la transferencia de calor hacia la superficie isotérmica, o desde ésta, se puede determinar a partir de

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (7-9)$$

donde  $A_s$  es el área superficial.

## 7-2 ■ FLUJO PARALELO SOBRE PLACAS PLANAS

Considere el flujo paralelo de un fluido sobre una placa plana de longitud  $L$  en la dirección del flujo, como se muestra en la figura 7-6. La coordenada  $x$  se mide a lo largo de la superficie de la placa, desde el borde de ataque, en la dirección del flujo. El fluido se aproxima a la placa en la dirección  $x$  con una velocidad uniforme  $V$ , y temperatura  $T_\infty$ . El flujo en la capa límite de velocidad se inicia como laminar, pero si la placa es suficientemente larga, el flujo se volverá turbulento a una distancia  $x_{cr}$  a partir del borde de ataque, donde el número de Reynolds alcanza su valor crítico para la transición.

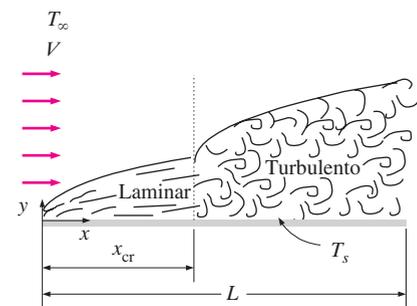


FIGURA 7-6

Regiones laminar y turbulenta de la capa límite durante el flujo sobre una placa plana.

La transición de flujo laminar hacia turbulento depende de la *configuración geométrica de la superficie*, de su *aspereza*, de la *velocidad corriente arriba*, de la *temperatura superficial* y del *tipo de fluido*, entre otras cosas, y se le caracteriza de la mejor manera por el número de Reynolds. El número de Reynolds a una distancia  $x$  desde el borde de ataque de una placa plana se expresa como

$$\text{Re}_x = \frac{\rho V x}{\mu} = \frac{V x}{\nu} \quad (7-10)$$

Nótese que el valor del número de Reynolds varía para una placa plana a lo largo del flujo, hasta llegar a  $\text{Re}_L = VL/\nu$  al final de la misma.

Para un flujo sobre una placa plana, la transición del flujo de laminar a turbulento empieza alrededor de  $\text{Re} \cong 1 \times 10^5$ , pero no se vuelve por completo turbulento antes de que el número de Reynolds alcance valores mucho más elevados, comúnmente alrededor de  $3 \times 10^6$ . En el análisis de ingeniería, un valor generalmente aceptado para el número crítico de Reynolds es

$$\text{Re}_{\text{cr}} = \frac{\rho V x_{\text{cr}}}{\mu} = 5 \times 10^5 \quad (7-11)$$

El valor real del número crítico de Reynolds en ingeniería, para una placa plana, puede variar desde  $10^5$  hasta  $3 \times 10^6$ , dependiendo de la aspereza superficial, el nivel de turbulencia y la variación de la presión a lo largo de la superficie.

## Coeficiente de fricción

Con base en el análisis, en el capítulo 6 se determinó que el espesor de la capa límite y el coeficiente de fricción local en la ubicación  $x$  para el flujo laminar sobre una placa plana, son

$$\text{Laminar:} \quad \delta_{v,x} = \frac{4.91x}{\text{Re}_x^{1/2}} \quad \text{y} \quad C_{f,x} = \frac{0.664}{\text{Re}_x^{1/2}}, \quad \text{Re}_x < 5 \times 10^5 \quad (7-12a, b)$$

Las relaciones correspondientes para el flujo turbulento son

$$\text{Turbulento:} \quad \delta_{v,x} = \frac{0.38x}{\text{Re}_x^{1/5}} \quad \text{y} \quad C_{f,x} = \frac{0.059}{\text{Re}_x^{1/5}}, \quad 5 \times 10^5 \leq \text{Re}_x \leq 10^7 \quad (7-13a, b)$$

donde  $x$  es la distancia desde el borde de ataque de la placa y  $\text{Re}_x = Vx/\nu$  es el número de Reynolds en la ubicación  $x$ . Nótese que  $C_{f,x}$  es proporcional a  $\text{Re}_x^{-1/2}$  y, por consiguiente, a  $x^{-1/2}$ , para el flujo laminar. Por lo tanto, supuestamente  $C_{f,x}$  es *infinito* en el borde de ataque ( $x = 0$ ) y disminuye en un factor de  $x^{-1/2}$  en la dirección del flujo. Los coeficientes de fricción locales son más elevados en el flujo turbulento que en el laminar, debido al intenso mezclado que ocurre en la capa límite turbulenta. Nótese que  $C_{f,x}$  alcanza sus valores más altos cuando el flujo se vuelve por completo turbulento y, a continuación, decrece en un factor de  $x^{-1/5}$  en la dirección del flujo.

El coeficiente de fricción *promedio* sobre la placa completa se determina por la sustitución, en la ecuación 7-7, de las relaciones antes dadas y mediante las integraciones (figura 7-7). Se obtiene

$$\text{Laminar:} \quad C_f = \frac{1.33}{\text{Re}_L^{1/2}} \quad \text{Re}_L < 5 \times 10^5 \quad (7-14)$$

$$\text{Turbulento:} \quad C_f = \frac{0.074}{\text{Re}_L^{1/5}} \quad 5 \times 10^5 \leq \text{Re}_L \leq 10^7 \quad (7-15)$$

$$\begin{aligned} C_f &= \frac{1}{L} \int_0^L C_{f,x} dx \\ &= \frac{1}{L} \int_0^L \frac{0.664}{\text{Re}_x^{1/2}} dx \\ &= \frac{0.664}{L} \int_0^L \left( \frac{Vx}{\nu} \right)^{-1/2} dx \\ &= \frac{0.664}{L} \left( \frac{V}{\nu} \right)^{-1/2} \left. \frac{x^{1/2}}{\frac{1}{2}} \right|_0^L \\ &= \frac{2 \times 0.664}{L} \left( \frac{VL}{\nu} \right)^{-1/2} \\ &= \frac{1.33}{\text{Re}_L^{1/2}} \end{aligned}$$

FIGURA 7-7

El coeficiente de fricción promedio sobre una superficie se determina por la integración del coeficiente de fricción local sobre la superficie completa.

La primera relación da el coeficiente de fricción promedio para la placa completa cuando el flujo es *laminar* sobre *toda* la placa. La segunda lo da para la placa completa sólo cuando el flujo es *turbulento* sobre *toda* la placa, o cuando la región de flujo laminar es demasiado pequeña en relación con la región de flujo turbulento (es decir,  $x_{\text{cr}} \ll L$ ).

En algunos casos una placa plana es suficientemente larga como para que el flujo se vuelva turbulento, pero no lo suficiente como para descartar la región del flujo laminar. En esos casos, el coeficiente de fricción *promedio* sobre la placa completa se determina mediante la integración dada en la ecuación 7-7 sobre dos partes: la región laminar  $0 \leq x \leq x_{cr}$  y la región turbulenta  $x_{cr} < x \leq L$ , como

$$C_f = \frac{1}{L} \left( \int_0^{x_{cr}} C_{f,x} \text{ laminar} dx + \int_{x_{cr}}^L C_{f,x} \text{ turbulento} dx \right) \quad (7-16)$$

Nótese que se incluye la región de transición con la turbulenta. Una vez más, tomando el número crítico de Reynolds como  $Re_{cr} = 5 \times 10^5$  y al realizar las integraciones de la ecuación 7-16, después de sustituir las expresiones indicadas, se determina que el coeficiente de fricción *promedio* sobre la placa completa es

$$C_f = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1.742}{Re_L} \quad 5 \times 10^5 \leq Re_L \leq 10^7 \quad (7-17)$$

Las constantes en esta relación serán diferentes para números de Reynolds críticos diferentes. Asimismo, se supone que las superficies son *lisas* y en el flujo libre *no se tiene turbulencia*. Para el flujo laminar, el coeficiente de fricción sólo depende del número de Reynolds y la aspereza superficial no tiene efecto. No obstante, para el flujo turbulento, la aspereza de la superficie hace que el coeficiente se multiplique varias veces, hasta el punto de que en el régimen completamente turbulento el coeficiente de fricción sólo es función de la aspereza de la superficie y es independiente del número de Reynolds (figura 7-8). Éste es el caso también en el flujo en tubos.

En este régimen, Schlichting da un ajuste de curva obtenida a partir de datos experimentales para el coeficiente de fricción promedio como

*Superficie áspera, turbulento:*  $C_f = \left( 1.89 - 1.62 \log \frac{\varepsilon}{L} \right)^{-2.5} \quad (7-18)$

donde  $\varepsilon$  es la aspereza superficial y  $L$  es la longitud de la placa en la dirección del flujo. A falta de una mejor relación, se puede usar la anterior para el flujo turbulento sobre superficies ásperas para  $Re > 10^6$ , en especial cuando  $\varepsilon/L > 10^{-4}$ .

## Coeficiente de transferencia de calor

En el capítulo 6, mediante la solución de la ecuación diferencial de la energía, se determinó que el número local de Nusselt en una ubicación  $x$ , para el flujo laminar sobre una placa plana, es

*Laminar:*  $Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332 Re_x^{0.5} Pr^{1/3} \quad Pr > 0.6 \quad (7-19)$

La relación correspondiente para el flujo turbulento es

*Turbulento:*  $Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.0296 Re_x^{0.8} Pr^{1/3} \quad 0.6 \leq Pr \leq 60$   
 $5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^7 \quad (7-20)$

Nótese que  $h_x$  es proporcional a  $Re_x^{0.5}$  y, por lo tanto, a  $x^{-0.5}$ , para el flujo laminar. Por lo tanto,  $h_x$  es *infinito* en el borde de ataque ( $x = 0$ ) y disminuye en un factor de  $x^{-0.5}$  en la dirección del flujo. En la figura 7-9 se muestran la variación del espesor de la capa límite  $\delta$  y los coeficientes de fricción y de transferencia de calor a lo largo de una placa plana isotérmica. Los coeficientes locales de fricción y de transferencia de calor son más altos en el flujo turbulento que en el laminar. Asimismo,  $h_x$  alcanza su valor más alto cuando el flu-

Aspereza relativa, $\varepsilon/L$	Coefficiente de fricción, $C_f$
0.0*	0.0029
$1 \times 10^{-5}$	0.0032
$1 \times 10^{-4}$	0.0049
$1 \times 10^{-3}$	0.0084

\*Superficie lisa para  $Re = 10^7$ . Las demás calculadas a partir de la ecuación 7-18.

FIGURA 7-8

Para el flujo turbulento la aspereza superficial puede hacer que el coeficiente de fricción aumente varias veces.

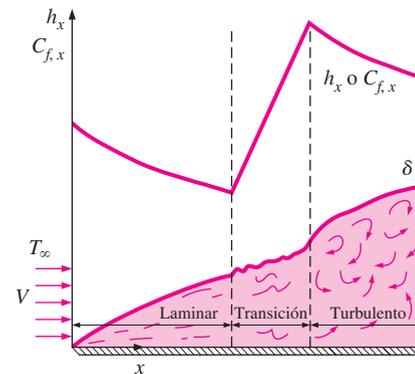


FIGURA 7-9

Variación de los coeficientes de fricción locales y de transferencia de calor para el flujo sobre una placa plana.

jo se vuelve por completo turbulento y, a continuación, decrece en un factor de  $x^{-0.2}$  en la dirección del flujo, como se muestra en la figura.

El número de Nusselt *promedio* sobre la placa completa se determina mediante la sustitución de las relaciones antes dadas en la ecuación 7-8 y al efectuar la integración. Se obtiene

$$\text{Laminar:} \quad \text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664 \text{Re}_L^{0.5} \text{Pr}^{1/3} \quad \text{Re}_L < 5 \times 10^5 \quad (7-21)$$

$$\text{Turbulento:} \quad \text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.037 \text{Re}_L^{0.8} \text{Pr}^{1/3} \quad \begin{array}{l} 0.6 \leq \text{Pr} \leq 60 \\ 5 \times 10^5 \leq \text{Re}_L \leq 10^7 \end{array} \quad (7-22)$$

La primera relación da el coeficiente de transferencia de calor promedio para la placa completa cuando el flujo es *laminar* sobre *toda* la placa. La segunda relación lo da para la placa completa sólo cuando el flujo es *turbulento* sobre *toda* la placa, o cuando la región del flujo laminar de esta última es demasiado pequeña en relación con la región del flujo turbulento.

En algunos casos una placa plana es suficientemente larga como para que el flujo se vuelva turbulento, pero no lo suficiente como para descartar la región del flujo laminar. En esos casos, el coeficiente de transferencia de calor *promedio* sobre la placa completa se determina al realizar la integración dada en la ecuación 7-8 sobre dos partes, como

$$h = \frac{1}{L} \left( \int_0^{x_{cr}} h_{x, \text{laminar}} dx + \int_{x_{cr}}^L h_{x, \text{turbulento}} dx \right) \quad (7-23)$$

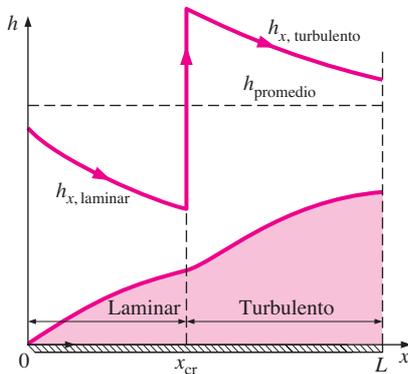


FIGURA 7-10

Representación gráfica del coeficiente de transferencia de calor promedio para una placa plana con flujos laminar y turbulento combinados.

Una vez más, se toma el número crítico de Reynolds como  $\text{Re}_{cr} = 5 \times 10^5$  y al realizar las integraciones en la ecuación 7-23, después de sustituir las expresiones indicadas, se determina que el número *promedio* de Nusselt sobre la placa completa es (figura 7-10)

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = (0.037 \text{Re}_L^{0.8} - 871) \text{Pr}^{1/3} \quad \begin{array}{l} 0.6 \leq \text{Pr} \leq 60 \\ 5 \times 10^5 \leq \text{Re}_L \leq 10^7 \end{array} \quad (7-24)$$

En esta relación las constantes serán diferentes para diferentes números de Reynolds críticos.

Los *metales líquidos*, como el mercurio, tienen conductividades térmicas elevadas y por lo común se usan en aplicaciones que requieren altas velocidades de transferencia de calor. Sin embargo, tienen números de Prandtl muy pequeños y, por consiguiente, la capa límite térmica se desarrolla con mucha mayor rapidez que la de velocidad. Entonces, se puede suponer que la velocidad en la capa límite térmica es constante en el valor de la corriente libre y resolver la ecuación de la energía. Esto da

$$\text{Nu}_x = 0.565(\text{Re}_x \text{Pr})^{1/2} \quad \text{Pr} < 0.05 \quad (7-25)$$

Resulta conveniente tener una sola correlación que se aplique a *todos los fluidos*, incluidos los metales líquidos. Mediante el ajuste de una curva obtenida con datos ya existentes, Churchill y Ozoe (1973) propusieron la siguiente relación, la cual es aplicable para *todos los números de Prandtl* y se afirma que es exacta hasta  $\pm 1\%$ ,

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{0.3387 \text{Pr}^{1/3} \text{Re}_x^{1/2}}{[1 + (0.0468/\text{Pr})^{2/3}]^{1/4}} \quad (7-26)$$

Estas relaciones se han obtenido para el caso de superficies *isotérmicas* pero también podrían usarse de manera aproximada para el caso de las que no lo son, al suponer la temperatura superficial constante en algún valor promedio. Asimismo, se supone que las superficies son *lisas* y que en la corriente

libre *no hay turbulencia*. Se puede tomar en cuenta el efecto de las propiedades variables al evaluar todas las propiedades a la temperatura de película.

### Placa plana con tramo inicial no calentado

Hasta ahora se ha limitado esta consideración a situaciones para las cuales toda la placa está calentada desde el borde de ataque. Pero en muchas aplicaciones prácticas intervienen superficies con una sección inicial no calentada de longitud  $\xi$ , mostrada en la figura 7-11 y, como consecuencia, no existe transferencia de calor para  $0 < x < \xi$ . En esos casos, la capa límite de velocidad se empieza a desarrollar en el borde de ataque ( $x = 0$ ), pero la térmica se desarrolla donde se inicia el calentamiento ( $x = \xi$ ).

Considere una placa plana cuya sección calentada se mantiene a una temperatura constante ( $T = T_s$ , constante para  $x > \xi$ ). Mediante métodos de solución integrales (véase Kays y Crawford, 1994), se determina que los números de Nusselt locales, tanto para los flujos laminares como para los turbulentos, son

$$\text{Laminar:} \quad Nu_x = \frac{Nu_x(\text{para } \xi=0)}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}} = \frac{0.332 Re_x^{0.5} Pr^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}} \quad (7-27)$$

$$\text{Turbulento:} \quad Nu_x = \frac{Nu_x(\text{para } \xi=0)}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}} = \frac{0.0296 Re_x^{0.8} Pr^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}} \quad (7-28)$$

para  $x > \xi$ . Nótese que para  $\xi = 0$ , estas relaciones se reducen a  $Nu_x(\text{para } \xi = 0)$ , la cual es la relación del número de Nusselt para una placa plana sin una longitud inicial no calentada. Por lo tanto, los términos entre corchetes en el denominador sirven como factores de corrección para las placas con longitudes iniciales no calentadas.

La determinación del número de Nusselt promedio para la sección calentada de una placa requiere la integración de las relaciones antes dadas del número de Nusselt local, lo cual no se puede realizar en forma analítica. Por lo tanto, las integraciones se deben efectuar numéricamente. Los resultados de las integraciones numéricas se han correlacionado para los coeficientes de convección promedio [Thomas (1977), Ref. 11] como

$$\text{Laminar:} \quad h = \frac{2[1 - (\xi/x)^{3/4}]}{1 - \xi/L} h_{x=L} \quad (7-29)$$

$$\text{Turbulento:} \quad h = \frac{5[1 - (\xi/x)^{9/10}]}{4(1 - \xi/L)} h_{x=L} \quad (7-30)$$

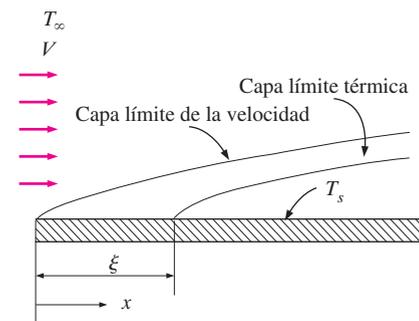
La primera relación da el coeficiente de convección promedio para la sección completa calentada de la placa cuando el flujo es laminar sobre toda la placa. Note que para  $\xi = 0$ , se reduce a  $h_L = 2h_{x=L}$ , como era de esperarse. La segunda relación da ese coeficiente promedio para el caso de flujo turbulento sobre toda la placa, o cuando la región del flujo laminar de esta última es pequeña en relación con la región turbulenta.

### Flujo uniforme de calor

Cuando una placa plana se sujeta a *flujo uniforme de calor* en lugar de a temperatura uniforme, el número de Nusselt local se expresa por

$$\text{Laminar:} \quad Nu_x = 0.453 Re_x^{0.5} Pr^{1/3} \quad (7-31)$$

$$\text{Turbulento:} \quad Nu_x = 0.0308 Re_x^{0.8} Pr^{1/3} \quad (7-32)$$



**FIGURA 7-11**  
Flujo sobre una placa plana con un tramo inicial no calentado.

Estas relaciones dan valores que son 36% más altos para el flujo laminar y 4% más altos para el turbulento, en relación con el caso de la placa isotérmica. Cuando la placa comprende una longitud inicial no calentada, todavía se pueden usar las relaciones desarrolladas para el caso de temperatura superficial uniforme, siempre que se usen las ecuaciones 7-31 y 7-32 en vez de  $Nu_x$ (para  $\xi = 0$ ) de las ecuaciones 7-27 y 7-28, respectivamente.

Cuando se prescribe el flujo de calor  $\dot{q}_s$ , la razón de la transferencia de calor hacia la placa, o desde ésta, y la temperatura superficial a una distancia  $x$  se determinan a partir de

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s \quad (7-33)$$

y

$$\dot{q}_s = h_x [T_s(x) - T_\infty] \quad \rightarrow \quad T_s(x) = T_\infty + \frac{\dot{q}_s}{h_x} \quad (7-34)$$

donde  $A_s$  es el área superficial de transferencia de calor.

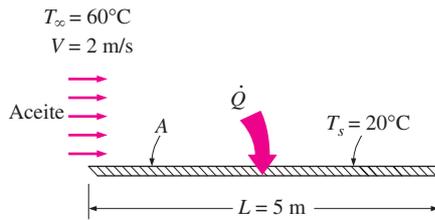


FIGURA 7-12

Esquema para el ejemplo 7-1.

### EJEMPLO 7-1 Flujo de aceite caliente sobre una placa plana

Aceite para motor a  $60^\circ\text{C}$  fluye sobre la superficie superior de una placa plana de 5 m de largo cuya temperatura es de  $20^\circ\text{C}$ , con una velocidad de 2 m/s (figura 7-12). Determine la fuerza total de resistencia al movimiento y la razón de la transferencia de calor por unidad de ancho de la placa completa.

**SOLUCIÓN** Aceite para motor fluye sobre una placa plana. Deben determinarse la fuerza total de resistencia al movimiento y la razón de la transferencia de calor por unidad de ancho de la placa.

**Suposiciones** 1 El flujo es estacionario e incompresible. 2 El número de Reynolds crítico es  $Re_{cr} = 5 \times 10^5$ .

**Propiedades** Las propiedades del aceite para motor a la temperatura de película de  $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (20 + 60)/2 = 40^\circ\text{C}$  son (tabla A-13):

$$\begin{aligned} \rho &= 876 \text{ kg/m}^3 & Pr &= 2962 \\ k &= 0.1444 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} & \nu &= 2.485 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s} \end{aligned}$$

**Análisis** Puesto que  $L = 5 \text{ m}$ , el número de Reynolds al final de la placa es

$$Re_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(2 \text{ m/s})(5 \text{ m})}{2.485 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}} = 4.024 \times 10^4$$

el cual es menor que el número de Reynolds crítico. Por consiguiente, se tiene *flujo laminar* sobre la placa completa y el coeficiente de fricción promedio es

$$C_f = 1.338 Re_L^{-0.5} = 1.338 (4.024 \times 10^4)^{-0.5} = 0.00663$$

Dado que el arrastre por presión es cero, de donde  $C_D = C_f$  para el flujo paralelo sobre una placa plana, la fuerza de arrastre que actúa sobre ésta por unidad de ancho queda

$$F_D = C_f A \frac{\rho V^2}{2} = 0.00663 (5 \times 1 \text{ m}^2) \frac{(876 \text{ kg/m}^3)(2 \text{ m/s})^2}{2} \left( \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = \mathbf{58.1 \text{ N}}$$

Se puede determinar la fuerza total de resistencia al movimiento que actúa sobre la placa completa al multiplicar el valor que acaba de obtenerse por el ancho de la placa.

Esta fuerza por unidad de ancho corresponde al peso de una masa de alrededor de 6 kg. Por lo tanto, una persona que aplique una fuerza igual y opuesta a

la placa para impedir que se mueva tendrá la sensación de estar usando tanta fuerza como la necesaria para impedir que caiga una masa de 6 kg. De manera análoga, el número de Nusselt se determina al usar las relaciones del flujo laminar para una placa plana,

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664 \text{Re}_L^{0.5} \text{Pr}^{1/3} = 0.664 \times (4.024 \times 10^4)^{0.5} \times 2962^{1/3} = 1913$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{L} \text{Nu} = \frac{0.1444 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{5 \text{ m}} (1913) = 55.25 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_\infty - T_s) = (55.25 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(5 \times 1 \text{ m}^2)(60 - 20)^\circ\text{C} = \mathbf{11\ 050 \text{ W}}$$

**Discusión** Note que la transferencia de calor siempre es desde el medio a la temperatura más alta hacia el de temperatura más baja. En este caso, es del aceite hacia la placa. La razón de la transferencia de calor es por m de ancho de la placa. Se puede obtener la transferencia de calor para la placa completa al multiplicar el valor obtenido por el ancho real de dicha placa.

### EJEMPLO 7-2 Enfriamiento de un bloque caliente por aire forzado a gran altitud

La presión atmosférica en Denver, Colorado (altitud de 1 610 m), es 83.4 kPa. Aire a esta presión y a 20°C fluye con una velocidad de 8 m/s sobre una placa plana de 1.5 m × 6 m cuya temperatura es de 140°C (figura 7-13). Determine la razón de la transferencia de calor desde la placa si el aire fluye paralelo a a) el lado de 6 m de largo y b) el lado de 1.5 m.

**SOLUCIÓN** Se va a enfriar la superficie superior de un bloque caliente mediante aire forzado. Se debe determinar la velocidad de la transferencia de calor para los dos casos.

**Suposiciones** 1 Existen condiciones estacionarias de operación. 2 El número crítico de Reynolds es  $\text{Re}_{\text{cr}} = 5 \times 10^5$ . 3 Los efectos de la radiación son despreciables. 4 El aire es un gas ideal.

**Propiedades** Las propiedades  $k$ ,  $\mu$ ,  $C_p$  y  $\text{Pr}$  de los gases ideales son independientes de la presión, en tanto que las propiedades  $\nu$  y  $\alpha$  son inversamente proporcionales a la densidad y, por consiguiente, a la presión. Las propiedades del aire a la temperatura de película de  $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (140 + 20)/2 = 80^\circ\text{C}$  y una presión de 1 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02953 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad \text{Pr} = 0.7154$$

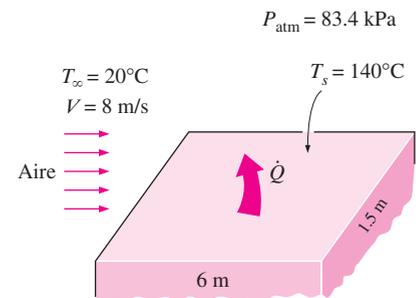
$$\nu_{@ 1 \text{ atm}} = 2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

La presión atmosférica en Denver es  $P = (83.4 \text{ kPa})/(101.325 \text{ kPa/atm}) = 0.823 \text{ atm}$ . Entonces la viscosidad cinemática del aire en Denver queda

$$\nu = \nu_{@ 1 \text{ atm}}/P = (2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})/0.823 = 2.548 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

**Análisis** a) Cuando el flujo del aire es paralelo al lado largo, se tiene  $L = 6 \text{ m}$  y el número de Reynolds al final de la placa queda

$$\text{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(8 \text{ m/s})(6 \text{ m})}{2.548 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 1.884 \times 10^6$$



**FIGURA 7-13**  
Esquema para el ejemplo 7-2.

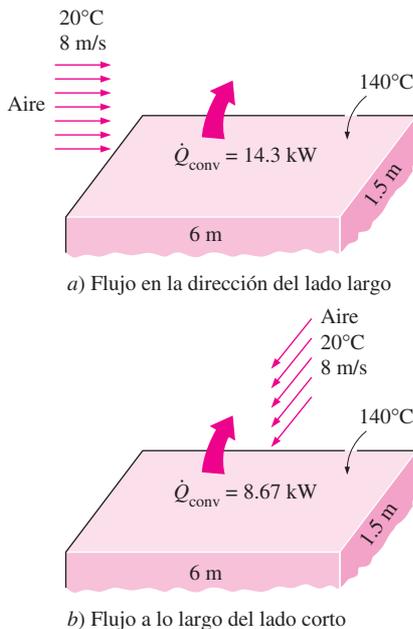


FIGURA 7-14

La dirección del flujo del fluido puede tener un efecto significativo sobre la transferencia de calor por convección.

el cual es mayor que el número de Reynolds crítico. Por tanto, se tienen flujos laminar y turbulento combinados y se determina que el número de Nusselt promedio para la placa completa es

$$\begin{aligned} \text{Nu} &= \frac{hL}{k} = (0.037 \text{Re}_L^{0.8} - 871)\text{Pr}^{1/3} \\ &= [0.037(1.884 \times 10^6)^{0.8} - 871]0.7154^{1/3} \\ &= 2\,687 \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} h &= \frac{k}{L} \text{Nu} = \frac{0.02953 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{6 \text{ m}} (2\,687) = 13.2 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \\ A_s &= wL = (1.5 \text{ m})(6 \text{ m}) = 9 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (13.2 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(9 \text{ m}^2)(140 - 20)^\circ\text{C} = \mathbf{1.43 \times 10^4 \text{ W}}$$

Nótese que si se descarta la región laminar y se supone flujo turbulento sobre la placa completa se obtendría, a partir de la ecuación 7-22,  $\text{Nu} = 3\,466$ , el cual es 29% más alto que el valor que acaba de calcularse.

b) Cuando el flujo de aire es a lo largo del lado corto, se tiene  $L = 1.5 \text{ m}$  y el número de Reynolds al final de la placa queda

$$\text{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(8 \text{ m/s})(1.5 \text{ m})}{2.548 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 4.71 \times 10^5$$

el cual es menor que el número crítico de Reynolds. Por tanto, se tiene flujo laminar sobre la placa completa y el número de Nusselt promedio es

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664 \text{Re}_L^{0.5} \text{Pr}^{1/3} = 0.664 \times (4.71 \times 10^5)^{0.5} \times 0.7154^{1/3} = 408$$

Entonces

$$h = \frac{k}{L} \text{Nu} = \frac{0.02953 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{1.5 \text{ m}} (408) = 8.03 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (8.03 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(9 \text{ m}^2)(140 - 20)^\circ\text{C} = \mathbf{8\,670 \text{ W}}$$

la cual es considerablemente menor que la razón de la transferencia de calor determinada en el caso a).

**Discusión** Nótese que la *dirección* del flujo del fluido puede tener un efecto significativo sobre la transferencia de calor por convección hacia una superficie, o desde ésta (figura 7-14). En este caso, se puede incrementar la razón de la transferencia de calor en 65% simplemente al soplar el aire en la dirección del lado largo de la placa rectangular, en lugar de a lo largo del lado corto.

### EJEMPLO 7-3 Enfriamiento de láminas de plástico por aire forzado

En la sección de formado de una planta de plásticos se extiende una lámina continua de plástico que tiene 4 ft de ancho y 0.04 in de espesor, a una velocidad de 30 ft/min. La temperatura de la lámina es de 200°F cuando se expone al aire circundante y una sección de 2 ft de largo de ella se sujeta a flujo de aire a 80°F y con una velocidad de 10 ft/s, sobre ambos lados a lo largo de las superficies perpendiculares a la dirección del movimiento de la propia lámina,

como se muestra en la figura 7-15. Determine a) la razón de la transferencia de calor de la lámina de plástico hacia el aire por convección forzada y radiación y b) la temperatura de la lámina al final de la sección de enfriamiento. Tome la densidad, el calor específico y la emisividad de la lámina como  $\rho = 75 \text{ lbm/ft}^3$ ,  $c_p = 0.4 \text{ Btu/lbm} \cdot ^\circ\text{F}$  y  $\varepsilon = 0.9$ .

**SOLUCIÓN** Las láminas de plástico se enfrían conforme salen de la sección de formado de una planta de plásticos. Se deben determinar la razón de la pérdida de calor de la lámina, por convección y radiación, y la temperatura de salida de esa lámina.

**Suposiciones** 1 Existen condiciones estacionarias de operación. 2 El número de Reynolds crítico es  $\text{Re}_{cr} = 5 \times 10^5$ . 3 El aire es un gas ideal. 4 La presión atmosférica local es de 1 atm. 5 Las superficies circundantes están a la temperatura del aire ambiental.

**Propiedades** En el enunciado del problema se dan las propiedades de la lámina de plástico. Las propiedades del aire a la temperatura de película de  $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (200 + 80)/2 = 140^\circ\text{F}$  y 1 atm de presión son (tabla A-15)

$$k = 0.01623 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F} \quad \text{Pr} = 0.7202$$

$$\nu = 0.7344 \text{ ft}^2/\text{h} = 0.204 \times 10^{-3} \text{ ft}^2/\text{s}$$

**Análisis** a) Se espera que la temperatura de la lámina caiga un tanto a medida que fluye a través de la sección de enfriamiento de 2 ft de largo, pero en este punto no se conoce la magnitud de esa caída. Por lo tanto, para empezar, se supone que la lámina es isotérmica a  $200^\circ\text{F}$ . Si es necesario, se repetirán los cálculos para tomar en cuenta la caída de temperatura de la lámina.

Dado que  $L = 4 \text{ ft}$ , el número de Reynolds al final del flujo de aire a través de la lámina es

$$\text{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(10 \text{ ft/s})(4 \text{ ft})}{0.204 \times 10^{-3} \text{ ft}^2/\text{s}} = 1.961 \times 10^5$$

el cual es menor que el número de Reynolds crítico. Por tanto, se tiene *flujo laminar* sobre toda la lámina y el número de Nusselt se determina a partir de las relaciones del flujo laminar para una placa plana como

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664 \text{Re}_L^{0.5} \text{Pr}^{1/3} = 0.664 \times (1.961 \times 10^5)^{0.5} \times (0.7202)^{1/3} = 263.6$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{L} \text{Nu} = \frac{0.01623 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}{4 \text{ ft}} (263.6) = 1.07 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$$

$$A_s = (2 \text{ ft})(4 \text{ ft})(2 \text{ lados}) = 16 \text{ ft}^2$$

y

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{conv}} &= hA_s(T_s - T_\infty) \\ &= (1.07 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})(16 \text{ ft}^2)(200 - 80)^\circ\text{F} \\ &= 2\,054 \text{ Btu/h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{alred}} &= \varepsilon\sigma A_s(T_s^4 - T_{\text{alred}}^4) \\ &= (0.9)(0.1714 \times 10^{-8} \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{R}^4)(16 \text{ ft}^2)[(660 \text{ R})^4 - (540 \text{ R})^4] \\ &= 2\,585 \text{ Btu/h} \end{aligned}$$

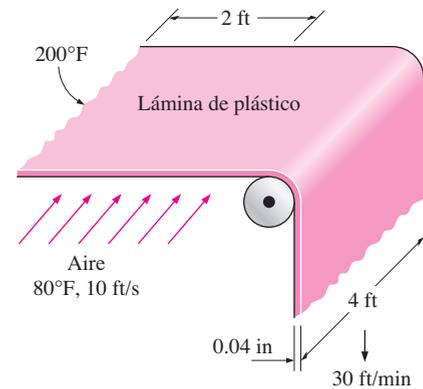


FIGURA 7-15

Esquema para el ejemplo 7-3.

Por lo tanto, la razón de enfriamiento de la lámina de plástico por convección y radiación combinadas es

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} = 2\,054 + 2\,585 = \mathbf{4\,639\text{ Btu/h}}$$

b) Para hallar la temperatura de la lámina al final de la sección de enfriamiento, se necesita conocer la masa del plástico que sale laminado por unidad de tiempo (o sea, el gasto de masa), la cual se determina a partir de

$$\dot{m} = \rho A_c V_{\text{plástico}} = (75\text{ lbm/ft}^3) \left( \frac{4 \times 0.04}{12} \text{ ft}^3 \right) \left( \frac{30}{60} \text{ ft/s} \right) = 0.5\text{ lbm/s}$$

Entonces, un balance de energía sobre la sección enfriada de la lámina de plástico da

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p (T_2 - T_1) \rightarrow T_2 = T_1 + \frac{\dot{Q}}{\dot{m} c_p}$$

puesto que  $\dot{Q}$  es una cantidad negativa (pérdida de calor) para la lámina y al sustituir, se determina que la temperatura de esa lámina al salir de la sección de enfriamiento es

$$T_2 = 200^\circ\text{F} + \frac{\pm 4\,639\text{ Btu/h}}{(0.5\text{ lbm/s})(0.4\text{ Btu/lbm} \cdot ^\circ\text{F})} \left( \frac{1\text{ h}}{3\,600\text{ s}} \right) = \mathbf{193.6^\circ\text{F}}$$

**Discusión** La temperatura promedio de la lámina de plástico cae en alrededor de  $6.4^\circ\text{F}$  al pasar por la sección de enfriamiento. Ahora se pueden repetir los cálculos al tomar la temperatura promedio de la lámina como de  $196.8^\circ\text{F}$ , en lugar de  $200^\circ\text{F}$ , para lograr una mayor precisión, pero el cambio en los resultados será insignificante debido al pequeño cambio en la temperatura.

### 7-3 ■ FLUJO A TRAVÉS DE CILINDROS Y ESFERAS

En la práctica con frecuencia se encuentra el flujo que pasa a través de cilindros y esferas. Por ejemplo, los tubos en un intercambiador de calor de coraza y tubos involucran *flujo interno*, por los tubos, y *flujo externo*, sobre éstos, y los dos flujos deben considerarse en el análisis del intercambiador. Asimismo, muchos deportes como el fútbol, el tenis y el golf están relacionados con el flujo sobre pelotas esféricas.

La longitud característica para un cilindro circular o una esfera se toma igual al *diámetro externo*  $D$ . Por consiguiente, el número de Reynolds se define como  $Re = VD/v$ , donde  $V$  es la velocidad uniforme del fluido al aproximarse al cilindro o esfera. El número de Reynolds crítico para el flujo que pasa a través de un cilindro circular o una esfera es alrededor de  $Re_{cr} \cong 2 \times 10^5$ . Es decir, la capa límite se conserva laminar para más o menos  $Re \leq 2 \times 10^5$  y se vuelve turbulenta para  $Re \geq 2 \times 10^5$ .

El flujo cruzado sobre un cilindro exhibe patrones complejos, como se muestra en la figura 7-16. El fluido que se aproxima al cilindro se ramifica y rodea al cilindro, formando una capa límite que lo envuelve. Las partículas de fluido sobre el plano medio chocan contra el cilindro en el punto de estancamiento, haciendo que el fluido se detenga por completo y, como consecuencia, elevando la presión en ese punto. La presión disminuye en la dirección del flujo, al mismo tiempo que aumenta la velocidad de este último.

A velocidades muy bajas corriente arriba ( $Re \leq 1$ ), el fluido envuelve por completo al cilindro y los dos brazos del fluido se reúnen al otro lado de éste de manera ordenada. Como consecuencia, el fluido sigue la curvatura del cilindro. A velocidades más altas, el fluido todavía abraza al cilindro en el lado frontal, pero va demasiado rápido como para permanecer adherido a la superficie conforme se aproxima a la parte superior del mismo. Como resultado, la capa límite se separa de la superficie, formando una región de separación de-

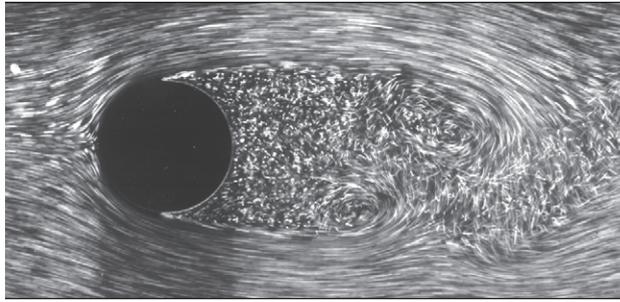


FIGURA 7-16

Separación de capa límite laminar con una estela turbulenta; flujo sobre un cilindro circular a un  $Re = 2\,000$ .

Cortesía de ONERA, fotografía realizada por Werlé.

trás del cilindro. El flujo en la región de la estela se caracteriza por la formación aleatoria de vórtices y presiones mucho más bajas que la del punto de estancamiento.

La naturaleza del flujo a través de un cilindro o una esfera afecta intensamente el coeficiente total de resistencia al movimiento  $C_D$ . Tanto la *resistencia por la fricción* como la *resistencia por la presión* pueden ser significativas. La presión elevada en la vecindad del punto de estancamiento y la baja en el lado opuesto, en la estela, producen una fuerza neta sobre el cuerpo en la dirección del flujo. La fuerza de resistencia al movimiento se debe principalmente a la resistencia por la fricción, a bajos números de Reynolds ( $Re < 10$ ), y a la resistencia por la presión, cuando los números son altos ( $Re > 5\,000$ ). Con números de Reynolds intermedios, los dos efectos son significativos.

En la figura 7-17 se dan los coeficientes de resistencia al movimiento promedio  $C_D$  para el flujo cruzado sobre un solo cilindro circular liso y sobre una esfera. Las curvas exhiben comportamientos diferentes en rangos diferentes de números de Reynolds:

- Para  $Re \leq 1$ , se tiene flujo deslizando y el coeficiente de resistencia disminuye al aumentar el número de Reynolds. Para una esfera, es  $C_D = 24/Re$ . En este régimen, no se tiene separación del flujo.
- Alrededor de  $Re = 10$ , se empieza a presentar la separación en la parte posterior del cuerpo, iniciándose la difusión de vórtices a más o menos  $Re \approx 90$ . La región de separación crece al aumentar el número de Reynolds hasta alrededor de  $Re = 10^3$ . En este punto la resistencia al movimiento se debe principalmente (alrededor de 95%) a la resistencia por la presión. En este rango de  $10 < Re < 10^3$ , el coeficiente de resistencia sigue disminuyendo al aumentar el número de Reynolds. (Una disminución en el coeficiente de

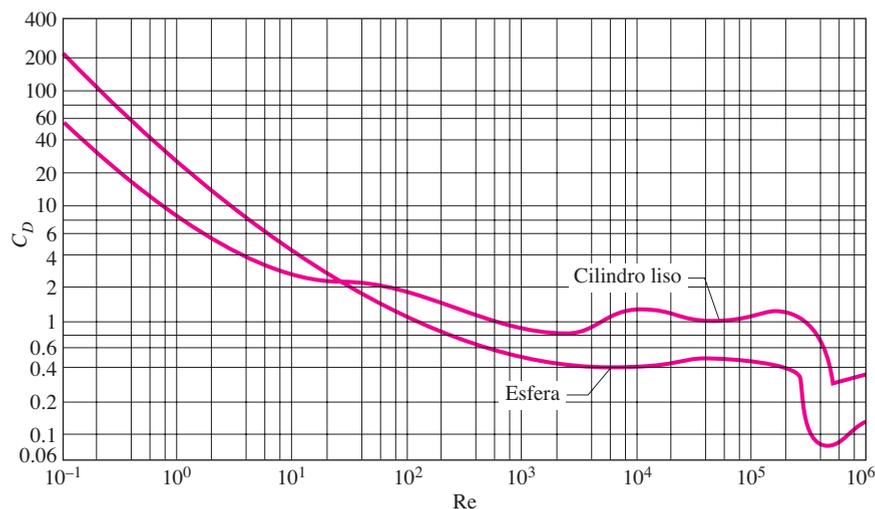
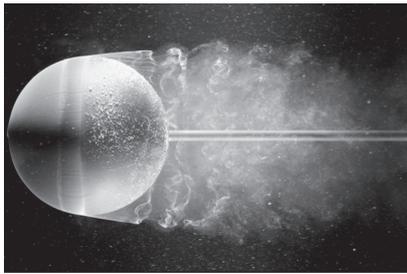


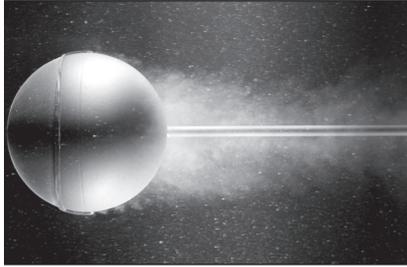
FIGURA 7-17

Coefficiente promedio de arrastre para flujo cruzado sobre un cilindro circular liso y una esfera lisa.

Tomado de H. Schlichting, *Boundary Layer Theory* 7e.  
Copyright © 1979 The McGraw-Hill Companies, Inc. Usado con autorización.



a)



b)

### FIGURA 7-18

Visualización de un flujo sobre *a*) una esfera lisa a un  $Re = 15\,000$  y *b*) una esfera a un  $Re = 30\,000$ , con un alambre en la parte delantera para provocar la turbulencia. Se ve con claridad el retraso de la separación de la capa límite, al comparar las dos fotografías.

Cortesía de ONERA, fotografía realizada por Werlé.

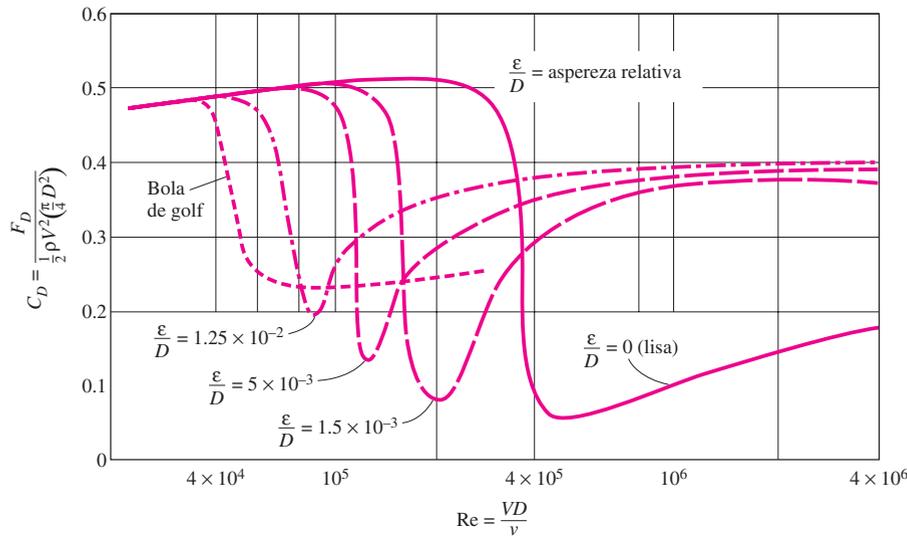
resistencia no indica necesariamente una disminución en la resistencia al movimiento. La fuerza de resistencia es proporcional al cuadrado de la velocidad y el aumento de ésta con los números de Reynolds más altos por lo común compensa con creces la disminución en el coeficiente de resistencia.)

- En el rango moderado de  $10^3 < Re < 10^5$ , el coeficiente de resistencia permanece más o menos constante. Este comportamiento es característico de los cuerpos obtusos. El flujo en la capa límite es laminar en este rango, pero aquel en la región separada después de pasar el cilindro o la esfera es intensamente turbulento con una estela turbulenta ancha.
- Existe una caída repentina en el coeficiente de resistencia en alguna parte en el rango de  $10^5 < Re < 10^6$  (por lo común, a alrededor de  $2 \times 10^5$ ). Esta gran reducción en  $C_D$  se debe a que el flujo en la capa límite se vuelve *turbulento*, lo cual mueve el punto de separación más hacia la parte posterior del cuerpo, reduciendo el tamaño de la estela y, de este modo, la magnitud de la resistencia por la presión. Esto contrasta con los cuerpos aerodinámicos, los cuales experimentan un incremento en el coeficiente de resistencia (debido principalmente a la resistencia por la fricción) cuando la capa límite se vuelve turbulenta.

Ocurre separación del flujo a alrededor de  $\theta \cong 80^\circ$  (medido a partir del punto de estancamiento del frente de un cilindro), cuando la capa límite es *laminar*, y alrededor de  $\theta \cong 140^\circ$ , cuando es *turbulenta* (figura 7-18). El retraso de la separación en el flujo turbulento la causan las fluctuaciones rápidas del fluido en la dirección transversal, lo cual hace que la capa límite turbulenta viaje más a lo largo de la superficie, antes de que ocurra la separación, lo que da como resultado una estela más angosta y un arrastre menor por presión. Debe tenerse presente que el flujo turbulento tiene un perfil de velocidad más lleno, en comparación con el caso laminar y, por lo tanto, requiere un gradiente de presión adverso más fuerte para vencer la cantidad de movimiento adicional en cercanía de la superficie. En el rango de los números de Reynolds en donde el flujo cambia de laminar a turbulento, incluso la fuerza de arrastre,  $F_D$ , decrece conforme crece la velocidad (y, por consiguiente, el número de Reynolds). Esto conduce a una disminución súbita en el arrastre de un cuerpo en vuelo (a veces conocida como *crisis del arrastre*) y a inestabilidades en el vuelo.

## Efecto de la aspereza de la superficie

Al principio se mencionó que, en general, la *aspereza superficial* incrementa el coeficiente de resistencia en el flujo turbulento. Éste es especialmente el caso para los cuerpos aerodinámicos. Sin embargo, para los cuerpos obtusos, como un cilindro circular o una esfera, un aumento en la aspereza superficial en realidad puede *decrecer* el coeficiente de resistencia, como se muestra en la figura 7-19 para una esfera. Esto se lleva a cabo al disparar el flujo hacia la turbulencia a un número de Reynolds más bajo y causando de este modo que el fluido se cierre detrás del cuerpo, al angostar la estela y reducir de manera considerable la resistencia por la presión. Esto da por resultado un coeficiente de resistencia y, como consecuencia, una fuerza de resistencia mucho menores para un cilindro o una esfera con superficie áspera en un cierto rango del número de Reynolds, que para una esfera lisa de tamaño idéntico a la misma velocidad. Por ejemplo, a  $Re = 2 \times 10^5$ ,  $C_D \cong 0.1$  para una esfera áspera con  $\varepsilon/D = 0.0015$ , mientras que  $C_D \cong 0.5$  para una lisa. Por lo tanto, en este caso, el coeficiente de resistencia se reduce en un factor de 5 simplemente al hacer que la superficie sea áspera. Sin embargo, nótese que a  $Re = 10^6$ ,  $C_D = 0.4$  para la esfera muy áspera, mientras que  $C_D \cong 0.1$  para la suave. Es obvio que, en este caso, hacer áspera la superficie incrementará la resistencia al avance en un factor de 4 (figura 7-20).



**FIGURA 7-19**

Efecto de la aspereza superficial sobre el coeficiente de resistencia de una esfera.  
Tomado de Blevins (1984).

La discusión anterior muestra que se puede aplicar el procedimiento de hacer áspera la superficie con gran ventaja en la reducción de la resistencia al movimiento, pero también puede salir el tiro por la culata si no se tiene cuidado; específicamente, si no se opera en el rango correcto del número de Reynolds. Con esta consideración, de manera intencional se hacen ásperas las bolas de golf con el fin de inducir *turbulencia* a un número de Reynolds más bajo para tomar ventaja de la *caída* brusca en el coeficiente de resistencia al movimiento al iniciar la turbulencia en la capa límite (el rango típico de velocidades de las bolas de golf es de 15 a 150 m/s y el número de Reynolds es menor a  $4 \times 10^5$ ). El número crítico de Reynolds de las bolas llenas de hoyuelos de golf es alrededor de  $4 \times 10^4$ . La ocurrencia de flujo turbulento en este número de Reynolds reduce el coeficiente de resistencia de una bola de golf a la mitad, como se muestra en la figura 7-19. Para un golpe dado, esto significa una distancia más larga para la bola. Los jugadores de golf experimentados también le imprimen a la bola un movimiento rápido de giro durante el golpe, lo cual ayuda a que la bola áspera desarrolle una sustentación y viaje más alto y a una distancia mayor. Se puede dar un argumento semejante para una bola de tenis. Sin embargo, para una cancha de tenis las distancias son muy cortas y las pelotas nunca alcanzan velocidades en el intervalo de la turbulencia. Por lo tanto, las superficies de las bolas de tenis se hacen más lisas.

Una vez que se cuenta con el coeficiente de resistencia, se puede determinar la fuerza de resistencia al movimiento que actúa sobre un cuerpo en el flujo cruzado a partir de la ecuación 7-1, donde  $A$  es el *área frontal* ( $A = LD$  para un cilindro de longitud  $L$  y  $A = \pi D^2/4$  para una esfera). Se debe tener presente que la turbulencia de la corriente libre y las perturbaciones producidas por otros cuerpos en el flujo (como el flujo sobre haces de tubos) pueden afectar de manera significativa los coeficientes de resistencia.

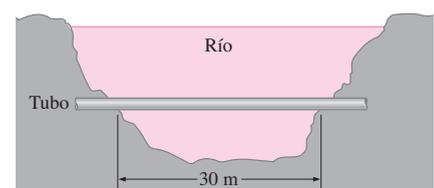
Re	$C_D$	
	Superficie lisa	Superficie áspera, $\epsilon/D = 0.0015$
$2 \times 10^5$	0.5	0.1
$10^6$	0.1	0.4

**FIGURA 7-20**

La aspereza superficial puede incrementar o decrecer el coeficiente de resistencia de un objeto esférico, dependiendo del valor del número de Reynolds.

**EJEMPLO 7-4** Fuerza de arrastre que actúa sobre un tubo en un río

Un tubo con un diámetro exterior de 2.2 cm se extiende de uno a otro lado de un río, en una sección de 30 m de ancho, al mismo tiempo que está sumergido por completo en el agua (figura 7-21). La velocidad promedio del flujo de agua es de 4 m/s y la temperatura de ésta es de 15°C. Determine la fuerza de arrastre ejercida por el río sobre el tubo.



**FIGURA 7-21**

Esquema para el ejemplo 7-4.

**SOLUCIÓN** Un tubo está sumergido en un río. Se debe determinar la fuerza de arrastre que actúa sobre el tubo.

**Suposiciones** 1 La superficie exterior del tubo es lisa, de modo que se puede usar la figura 7-17 para determinar el coeficiente de resistencia. 2 El flujo del agua en el río es estacionario. 3 La dirección del flujo del agua es perpendicular al tubo. 4 No se considera la turbulencia en el flujo del río.

**Propiedades** La densidad y la viscosidad dinámica del agua a 15°C son  $\rho = 999.1 \text{ kg/m}^3$  y  $\mu = 1.138 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$  (tabla A-9).

**Análisis** Dado que  $D = 0.022 \text{ m}$ , el número de Reynolds es

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{(999.1 \text{ kg/m}^3)(4 \text{ m/s})(0.022 \text{ m})}{1.138 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} = 7.73 \times 10^4$$

De la figura 7-17, el coeficiente de resistencia correspondiente a este valor es  $C_D = 1.0$ . Asimismo, el área frontal para el flujo que pasa a través de un cilindro es  $A = LD$ . Entonces, la fuerza de resistencia al movimiento que actúa sobre el tubo queda

$$\begin{aligned} F_D &= C_D A \frac{\rho V^2}{2} = 1.0(30 \times 0.022 \text{ m}^2) \frac{(999.1 \text{ kg/m}^3)(4 \text{ m/s})^2}{2} \left( \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= 5275 \text{ N} \cong \mathbf{5.30 \text{ kN}} \end{aligned}$$

**Discusión** Nótese que esta fuerza es equivalente al peso de una masa de más de 500 kg. Por lo tanto, la fuerza de arrastre que ejerce el río sobre el tubo es equivalente a colgar un total de más de 500 kg de masa al tubo, peso soportado en sus extremos con una separación de 30 m. Deben tomarse las precauciones necesarias si el tubo no puede soportar esta fuerza. Si el río fluyera con una velocidad mayor o si las fluctuaciones turbulentas en el mismo fueran más significativas, la fuerza de arrastre sería incluso más grande. Entonces, las fuerzas *no estacionarias* que actúen sobre el tubo podrían ser significativas.

## Coeficiente de transferencia de calor

En general, los flujos a través de cilindros y esferas comprenden *separación del flujo*, el cual es difícil de manejar en forma analítica. Por lo tanto, los flujos de ese tipo deben estudiarse de manera experimental o numérica. De hecho, el flujo a través de cilindros y esferas ha sido estudiado de manera experimental por numerosos investigadores y se han desarrollado varias correlaciones empíricas para el coeficiente de transferencia de calor.

El complicado patrón del flujo a través de un cilindro influye mucho sobre la transferencia de calor. En la figura 7-22 se da la variación del número local de Nusselt,  $\text{Nu}_\theta$ , en la periferia de un cilindro sujeto a flujo cruzado de aire. Nótese que, para todos los casos, el valor de  $\text{Nu}_\theta$  se inicia relativamente alto en el punto de estancamiento ( $\theta = 0^\circ$ ), pero decrece al aumentar  $\theta$ , como resultado del engrosamiento de la capa límite laminar. Sobre las dos curvas de abajo, correspondientes a  $\text{Re} = 70\,800$  y  $101\,300$ ,  $\text{Nu}_\theta$  alcanza un mínimo en  $\theta \approx 80^\circ$ , el cual es el punto de separación en el flujo laminar. A continuación,  $\text{Nu}_\theta$  aumenta al crecer  $\theta$ , como resultado del mezclado intenso en la región del flujo separado (la estela). Las curvas de arriba, correspondientes a  $\text{Re} = 140\,000$  hasta  $219\,000$ , difieren de las dos primeras en el sentido de que tienen

dos mínimos para  $Nu_\theta$ . El aumento brusco en  $Nu_\theta$  a alrededor de  $\theta \approx 90^\circ$  se debe a la transición de flujo laminar a turbulento. La disminución posterior en  $Nu_\theta$  se debe una vez más al engrosamiento de la capa límite.  $Nu_\theta$  alcanza su segundo mínimo a alrededor de  $\theta \approx 140^\circ$ , el cual es el punto de separación del flujo en el flujo turbulento, y aumenta con  $\theta$  como resultado del intenso mezclado en la región turbulenta de la estela.

Las discusiones anteriores acerca de los coeficientes de transferencia de calor locales proporcionan una visión muy profunda; sin embargo, tienen poco valor en los cálculos de transferencia de calor, ya que en éstos se requiere el coeficiente de transferencia de calor *promedio* sobre toda la superficie. De las varias relaciones de ese tipo de las que se dispone en la literatura para el número de Nusselt promedio en lo relativo al flujo cruzado sobre un cilindro, se presenta la propuesta por Churchill y Bernstein:

$$Nu_{cil} = \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[ 1 + \left( \frac{Re}{282\,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \quad (7-35)$$

Esta relación es bastante completa en el sentido de que correlaciona bien los datos de los que se dispone para  $Re Pr > 0.2$ . Las propiedades del fluido se evalúan a la *temperatura de película*  $T_f = \frac{1}{2}(T_\infty + T_s)$ , la cual es el promedio de las temperaturas de la corriente libre y de la superficie.

Para el flujo sobre una *esfera*, Whitaker recomienda la correlación:

$$Nu_{esf} = \frac{hD}{k} = 2 + [0.4 Re^{1/2} + 0.06 Re^{2/3}] Pr^{0.4} \left( \frac{\mu_\infty}{\mu_s} \right)^{1/4} \quad (7-36)$$

la cual es válida para  $3.5 \leq Re \leq 80\,000$  y  $0.7 \leq Pr \leq 380$ . En este caso, las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura de la corriente libre  $T_\infty$  excepto para  $\mu_s$ , la cual se evalúa a la temperatura de la superficie  $T_s$ . Aun cuando se considera que las dos relaciones antes dadas son bastante exactas, los resultados obtenidos a partir de ellas pueden estar desviados hasta en 30%.

El número de Nusselt promedio para los flujos a través de cilindros se puede expresar en forma compacta como

$$Nu_{cil} = \frac{hD}{k} = C Re^m Pr^n \quad (7-37)$$

donde  $n = \frac{1}{3}$  y las constantes experimentalmente determinadas  $C$  y  $m$  se dan en la tabla 7-1, para cilindros circulares así como para varios no circulares. La longitud característica  $D$  que debe usarse en el cálculo de los números de Reynolds y de Nusselt, para las diferentes configuraciones geométricas, es como se indica en la figura. Todas las propiedades del fluido se calculan a la temperatura de película.

Las relaciones para los cilindros antes dadas son para un *solo* cilindro o para cilindros orientados de tal forma que el flujo sobre ellos no resulte afectado por la presencia de otros. Asimismo, son aplicables a superficies *lisas*. La *aspereza superficial* y la *turbulencia de la corriente libre* pueden afectar de manera significativa los coeficientes de resistencia y de transferencia de calor. La ecuación 7-37 proporciona una alternativa más simple para la ecuación 7-35, para el flujo sobre cilindros. Sin embargo, la ecuación 7-35 es más exacta y, como consecuencia, debe preferirse en los cálculos siempre que sea posible.

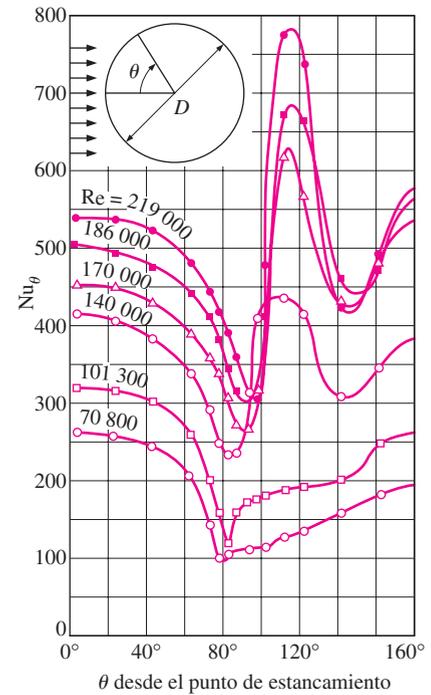
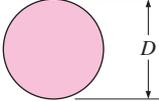
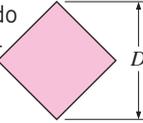
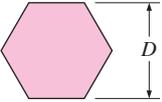
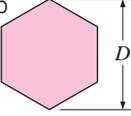
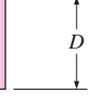
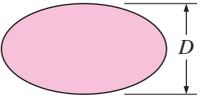


FIGURA 7-22

Variación del coeficiente de transferencia de calor local a lo largo de la circunferencia de un cilindro circular en flujo cruzado de aire (tomado de Giedt, 1949).

TABLA 7-1

Correlaciones empíricas para el número de Nusselt promedio, para convección forzada sobre cilindros circulares y no circulares en flujo cruzado (tomado de Zukauskas, Ref. 14, y Jakob, 1949)

Sección transversal del cilindro	Fluido	Rango de Re	Número de Nusselt
Círculo 	Gas o líquido	0.4-4 4-40 40-4 000 4 000-40 000 40 000-400 000	$Nu = 0.989Re^{0.330} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.911Re^{0.385} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.683Re^{0.466} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.193Re^{0.618} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.027Re^{0.805} Pr^{1/3}$
Cuadrado 	Gas	5 000-100 000	$Nu = 0.102Re^{0.675} Pr^{1/3}$
Cuadrado (inclinado 45°) 	Gas	5 000-100 000	$Nu = 0.246Re^{0.588} Pr^{1/3}$
Hexágono 	Gas	5 000-100 000	$Nu = 0.153Re^{0.638} Pr^{1/3}$
Hexágono (inclinado 45°) 	Gas	5 000-19 500 19 500-100 000	$Nu = 0.160Re^{0.638} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.0385Re^{0.782} Pr^{1/3}$
Placa vertical 	Gas	4 000-15 000	$Nu = 0.228Re^{0.731} Pr^{1/3}$
Elipse 	Gas	2 500-15 000	$Nu = 0.248Re^{0.612} Pr^{1/3}$

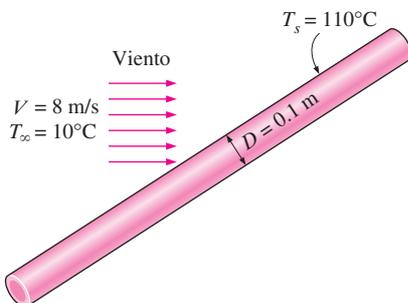


FIGURA 7-23

Esquema para el ejemplo 7-5.

### EJEMPLO 7-5 Pérdida de calor de un tubo de vapor de agua con aire en movimiento

Un tubo largo de vapor de agua, de 10 cm de diámetro, cuya temperatura superficial externa es de 110°C pasa por una zona abierta que no está protegida contra los vientos (figura 7-23). Determine la razón de la pérdida de calor del tubo por unidad de longitud, cuando el aire está a 1 atm de presión y a 10°C y el viento sopla a través del tubo a una velocidad de 8 m/s.

**SOLUCIÓN** Un tubo de vapor de agua está expuesto al aire en movimiento. Debe determinarse la razón de la pérdida de calor del vapor.

**Suposiciones** **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Los efectos de la radiación son despreciables. **3** El aire es un gas ideal.

**Propiedades** Las propiedades del aire a la temperatura de película promedio de  $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (110 + 10)/2 = 60^\circ\text{C}$  y una presión de 1 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02808 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad \text{Pr} = 0.7202$$

$$\nu = 1.896 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

**Análisis** El número de Reynolds es

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(8 \text{ m/s})(0.1 \text{ m})}{1.896 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 4.219 \times 10^4$$

El número de Nusselt se puede determinar a partir de

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62 \text{ Re}^{1/2} \text{ Pr}^{1/3}}{[1 + (0.4/\text{Pr})^{2/3}]^{1/4}} \left[ 1 + \left( \frac{\text{Re}}{282\,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$

$$= 0.3 + \frac{0.62(4.219 \times 10^4)^{1/2} (0.7202)^{1/3}}{[1 + (0.4/0.7202)^{2/3}]^{1/4}} \left[ 1 + \left( \frac{4.219 \times 10^4}{282\,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$

$$= 124$$

y

$$h = \frac{k}{D} \text{Nu} = \frac{0.02808 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.1 \text{ m}} (124) = 34.8 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Entonces la razón de la transferencia de calor desde el tubo por unidad de longitud queda

$$A_s = pL = \pi DL = \pi(0.1 \text{ m})(1 \text{ m}) = 0.314 \text{ m}^2$$

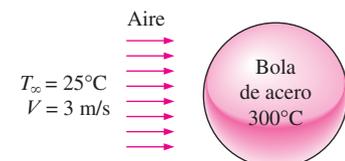
$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (34.8 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(0.314 \text{ m}^2)(110 - 10)^\circ\text{C} = \mathbf{1\,093 \text{ W}}$$

Se puede obtener la razón de la pérdida de calor desde el tubo completo al multiplicar el valor que acaba de obtenerse por la longitud de dicho tubo en metros.

**Discusión** En este caso, la relación más simple del número de Nusselt de la tabla 7-1 daría  $\text{Nu} = 128$ , lo cual es 3% más alto que el valor obtenido usando la ecuación 7-35.

### EJEMPLO 7-6 Enfriamiento de una bola de acero por aire forzado

Una bola de acero inoxidable de 25 cm de diámetro ( $\rho = 8\,055 \text{ kg/m}^3$ ,  $C_p = 480 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ ) se extrae del horno a una temperatura uniforme de  $300^\circ\text{C}$  (figura 7-24). A continuación, la bola se expone al flujo de aire a una presión de 1 atm y a  $25^\circ\text{C}$ , con una velocidad de 3 m/s. Llega el momento en que la temperatura superficial de la bola cae hasta  $200^\circ\text{C}$ . Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio durante este proceso de enfriamiento y estime cuánto tardará el proceso.



**FIGURA 7-24**

Esquema para el ejemplo 7-6.

**SOLUCIÓN** Una bola caliente de acero inoxidable se enfría por aire forzado. Deben determinarse el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio y el tiempo de enfriamiento.

**Suposiciones** **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Los efectos de la radiación son despreciables. **3** El aire es un gas ideal. **4** La temperatura de la superficie exterior de la bola es uniforme en todo momento. **5** Durante el enfriamiento, la temperatura superficial de la bola está cambiando. Por lo tanto, también cambiará el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la bola y el aire. Para evitar esta complejidad, en la evaluación del coeficiente de transferencia de calor, se toma la temperatura superficial de la bola como constante a la temperatura promedio de  $(300 + 200)/2 = 250^\circ\text{C}$  y se usa el valor obtenido para todo el proceso de enfriamiento.

**Propiedades** La viscosidad dinámica del aire a la temperatura superficial promedio es  $\mu_s = \mu_{@250^\circ\text{C}} = 2.76 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ . Las propiedades del aire a la temperatura de la corriente libre de  $25^\circ\text{C}$  y 1 atm son (tabla A-15)

$$\begin{aligned} k &= 0.02551 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} & \nu &= 1.562 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \\ \mu &= 1.849 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s} & \text{Pr} &= 0.7296 \end{aligned}$$

**Análisis** El número de Reynolds se determina a partir de

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(3 \text{ m/s})(0.25 \text{ m})}{1.562 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 4.802 \times 10^4$$

El número de Nusselt es

$$\begin{aligned} \text{Nu} &= \frac{hD}{k} = 2 + [0.4 \text{ Re}^{1/2} + 0.06 \text{ Re}^{2/3}] \text{Pr}^{0.4} \left( \frac{\mu_\infty}{\mu_s} \right)^{1/4} \\ &= 2 + [0.4(4.802 \times 10^4)^{1/2} + 0.06(4.802 \times 10^4)^{2/3}](0.7296)^{0.4} \\ &\quad \times \left( \frac{1.849 \times 10^{-5}}{2.76 \times 10^{-5}} \right)^{1/4} \\ &= 135 \end{aligned}$$

Entonces el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio queda

$$h = \frac{k}{D} \text{Nu} = \frac{0.02551 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.25 \text{ m}} (135) = \mathbf{13.8 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

Con el fin de estimar el tiempo de enfriamiento de la bola desde  $300^\circ\text{C}$  hasta  $200^\circ\text{C}$ , se determina la razón *promedio* de la transferencia de calor a partir de la ley de Newton de enfriamiento, mediante la temperatura superficial *promedio*. Es decir,

$$\begin{aligned} A_s &= \pi D^2 = \pi(0.25 \text{ m})^2 = 0.1963 \text{ m}^2 \\ \dot{Q}_{\text{prom}} &= hA_s(T_{s, \text{prom}} - T_\infty) = (13.8 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(0.1963 \text{ m}^2)(250 - 25)^\circ\text{C} = 610 \text{ W} \end{aligned}$$

Enseguida se determina el calor *total* transferido desde la bola, el cual es simplemente el cambio en la energía de ésta conforme se enfría desde  $300^\circ\text{C}$  hasta  $200^\circ\text{C}$ :

$$\begin{aligned} m &= \rho V = \rho \frac{1}{6} \pi D^3 = (8055 \text{ kg/m}^3) \frac{1}{6} \pi (0.25 \text{ m})^3 = 65.9 \text{ kg} \\ Q_{\text{total}} &= mc_p(T_2 - T_1) = (65.9 \text{ kg})(480 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(300 - 200)^\circ\text{C} = 3\,163\,000 \text{ J} \end{aligned}$$

En este cálculo se supuso que toda la bola está a  $200^\circ\text{C}$ , lo cual no es necesariamente cierto. Es probable que la región interior de la bola esté a una temperatura superior que su superficie. Con esta hipótesis, se determina que el tiempo de enfriamiento es