

CONVECCIÓN NATURAL

En los capítulos 7 y 8 consideramos la transferencia de calor por *convección forzada*, en la que se *impulsó* un fluido sobre una superficie o dentro de un tubo por medios externos, como una bomba o un ventilador. En este capítulo consideramos la *convección natural*, en la que cualquier movimiento del fluido ocurre por medios naturales, como la flotación. En la convección forzada el movimiento del fluido *se puede notar* bastante, puesto que un ventilador o una bomba pueden transferir suficiente cantidad de movimiento al fluido para desplazarlo en cierta dirección. Sin embargo, en la convección natural a menudo no se puede notar el movimiento del fluido debido a las bajas velocidades que intervienen.

El coeficiente de transferencia de calor por convección depende bastante de la *velocidad*: entre más alta sea ésta más alto es el coeficiente. Las velocidades del fluido asociadas con la convección natural son bajas, por lo común menores a 1 m/s. Por lo tanto, los coeficientes de transferencia de calor que se encuentran en la convección natural suelen ser mucho más bajos que los hallados en la convección forzada. Sin embargo, varios tipos de equipo de transferencia de calor están diseñados para operar en condiciones de convección natural porque en ella no se requiere el uso de algo que mueva al fluido.

Empezamos este capítulo con una discusión del mecanismo físico de la *convección natural* y del *número de Grashof*. Enseguida, presentamos las correlaciones para evaluar la transferencia de calor por convección natural para varias configuraciones geométricas, incluyendo superficies con aletas y recintos cerrados. Por último, discutimos la convección natural y la forzada simultáneas.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Entender el mecanismo físico de la convección natural
- Deducir las ecuaciones que rigen la convección natural y obtener el número adimensional de Grashof al llevarlas a la forma adimensional
- Evaluar el número de Nusselt para la convección natural asociada con placas verticales, horizontales e inclinadas, así como con cilindros y esferas
- Examinar la convección natural desde superficies con aletas y obtener el espaciamiento óptimo de éstas
- Analizar la convección natural en el interior de recintos cerrados, como las ventanas de cristal doble, y
- Considerar la convección natural y la forzada combinadas, así como determinar la importancia relativa de cada modo.

CONTENIDO

- 9-1 Mecanismo físico de la convección natural 504
- 9-2 Ecuación del movimiento y el número de Grashof 507
- 9-3 Convección natural sobre superficies 510
- 9-4 Convección natural desde superficies con aletas y PCB 517
- 9-5 Convección natural dentro de recintos cerrados 521
- 9-6 Convección natural y forzada combinadas 530

Tema de interés especial:

Transferencia de calor a través de ventanas 533

Resumen 543

Bibliografía y lecturas sugeridas 544

Problemas 546

9-1 ■ MECANISMO FÍSICO DE LA CONVECCIÓN NATURAL

Muchas aplicaciones conocidas de la transferencia de calor comprenden la convección natural como el mecanismo principal. Se tienen algunos ejemplos en el enfriamiento de equipo electrónico como los transistores de potencia, las televisiones y las reproductoras de DVD; la transferencia de calor desde los calentadores eléctricos con tablero base o los radiadores de vapor de agua; la transferencia de calor desde los serpentines de refrigeración y de las líneas de transmisión de energía eléctrica, y la transferencia de calor desde los cuerpos de los animales y los seres humanos. La convección natural en los gases suele estar acompañada por radiación de magnitud similar, excepto para las superficies de baja emisividad.

Sabemos que llega un momento en el que un huevo cocido caliente (o una papa horneada caliente) sobre un plato se enfría hasta la temperatura del aire circundante (figura 9-1). El huevo se enfría al transferir calor por convección al aire y por radiación hacia las superficies circundantes. Descartando la transferencia de calor por radiación, el mecanismo físico del enfriamiento de un huevo caliente (o de cualquier objeto caliente) en un medio ambiente más frío se puede explicar como sigue:

Tan pronto como el huevo caliente se expone al aire más frío, la temperatura de la superficie exterior del cascarón cae un tanto y la del aire adyacente al cascarón se eleva como resultado de la conducción de calor desde el cascarón hacia el aire. Como consecuencia, el huevo pronto está rodeado por una capa delgada de aire más caliente y el calor es transferido de esta capa hacia las capas exteriores del aire. En este caso, el proceso de enfriamiento es más bien lento, ya que el huevo siempre está cubierto por aire caliente y no tiene contacto directo con el aire frío que está más alejado. No podemos advertir que exista algún movimiento del aire en la vecindad del huevo, pero mediciones cuidadosas indican lo contrario.

La temperatura del aire adyacente al huevo es más elevada y, por consiguiente, su densidad es más baja, puesto que a presión constante la densidad de un gas es inversamente proporcional a su temperatura. Por tanto, tenemos una situación en la que algo de gas de baja densidad o “ligero” está rodeado por un gas de alta densidad o “pesado” y las leyes naturales dictan que *el gas ligero suba*. Esto no es diferente a que el aceite en un aderezo para ensalada hecho de vinagre y aceite suba hacia la parte superior (puesto que $\rho_{\text{aceite}} < \rho_{\text{vinagre}}$). Este fenómeno se caracteriza de manera incorrecta mediante la frase “el calor sube”, la cual debe entenderse como: *el aire calentado sube*. El espacio que deja el aire más caliente en la vecindad del huevo es vuelto a llenar por el aire más frío cercano y la presencia de éste en el espacio inmediato al huevo acelera el proceso de enfriamiento. La subida del aire más caliente y el flujo del más frío para ocupar su lugar continúan hasta que el huevo se enfría hasta la temperatura del aire circundante. El movimiento que resulta del reemplazo continuo del aire calentado que está en la vecindad del huevo por el aire más frío cercano se llama **corriente de convección natural** y la transferencia de calor que se mejora como resultado de esta corriente se llama **transferencia de calor por convección natural**. Note que de no existir las corrientes de convección natural, la transferencia de calor del huevo al aire circundante sería sólo por conducción y la velocidad de esa transferencia desde el huevo sería mucho más baja.

La convección natural es tan eficaz en el calentamiento de las superficies frías en un medio ambiente más caliente como lo es en el enfriamiento de superficies calientes en un medio ambiente más frío, como se muestra en la figura 9-2. Note que, en este caso, la dirección del movimiento del fluido es inversa.

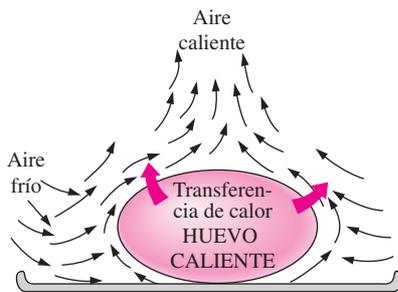


FIGURA 9-1

Enfriamiento de un huevo cocido en un medio ambiente más frío por convección natural.

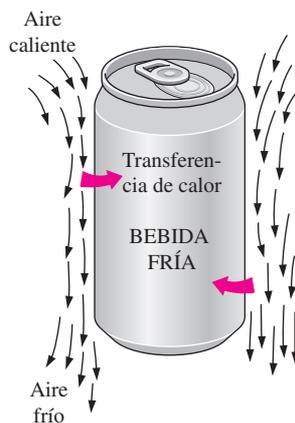


FIGURA 9-2

Calentamiento de una bebida fría en un medio ambiente más caliente por convección natural.

En un campo gravitacional existe una fuerza neta que empuja hacia arriba un fluido ligero en uno más pesado. La fuerza hacia arriba ejercida por un fluido sobre un cuerpo sumergido completa o parcialmente en él se llama **fuerza de empuje**. La magnitud de esta fuerza es igual al peso del *fluido desplazado* por dicho cuerpo; es decir,

$$F_{\text{empuje}} = \rho_{\text{fluido}} g V_{\text{cuerpo}} \quad (9-1)$$

en donde ρ_{fluido} es la densidad promedio del *fluido* (no la del cuerpo), g es la aceleración gravitacional y V_{cuerpo} es el volumen de la parte del cuerpo sumergida en el fluido (para cuerpos sumergidos por completo en el fluido, es el volumen total del propio cuerpo). A falta de otras fuerzas, la fuerza vertical neta que actúa sobre un cuerpo es la diferencia entre su peso y la fuerza de empuje; es decir,

$$\begin{aligned} F_{\text{neta}} &= W - F_{\text{empuje}} \\ &= \rho_{\text{cuerpo}} g V_{\text{cuerpo}} - \rho_{\text{fluido}} g V_{\text{cuerpo}} \\ &= (\rho_{\text{cuerpo}} - \rho_{\text{fluido}}) g V_{\text{cuerpo}} \end{aligned} \quad (9-2)$$

Note que esta fuerza es proporcional a la diferencia entre las densidades del fluido y del cuerpo sumergido en él. Por tanto, un cuerpo sumergido en un fluido experimentará una “pérdida de peso” de magnitud igual al peso del fluido que desplaza. Esto se conoce como *principio de Arquímedes*.

Para comprender mejor el efecto de flotación, considere un huevo que se ha dejado caer en agua. Si la densidad promedio del huevo es mayor que la del agua (un signo de frescura), dicho huevo se hunde hasta el fondo del recipiente. De lo contrario, se elevará hasta arriba. Cuando la densidad del huevo es igual a la del agua, aquél se hundirá un tanto en ésta, quedando sumergido por completo, actuando como un “objeto sin peso en el espacio”. Esto ocurre cuando la fuerza de empuje hacia arriba que actúa sobre el huevo es igual a su peso, el cual actúa hacia abajo.

El *efecto de flotación* tiene implicaciones de largo alcance en la vida. Por una parte, sin la flotación, la transferencia de calor entre una superficie caliente (o fría) y el fluido circundante sería por *conducción*, en lugar de por *convección natural*. Las corrientes de convección natural que se encuentran en los océanos, los lagos y la atmósfera deben su existencia a la flotación. Asimismo, los botes ligeros así como los pesados barcos de guerra hechos de acero se mantienen en la superficie del agua debido a la flotación (figura 9-3). Los barcos se diseñan sobre la base del principio de que todo el peso de un barco y su contenido sea igual al peso del agua que el volumen sumergido de ese barco pueda contener. El “efecto de chimenea” que induce el flujo hacia arriba de los gases calientes de la combustión también se debe al efecto de flotación, y la fuerza hacia arriba que actúa sobre los gases en la chimenea es proporcional a la diferencia entre las densidades de los gases calientes que están en ella y el aire más frío del exterior. Nótese que en el espacio *no hay gravedad notable* y, por consiguiente, no puede existir transferencia de calor por convección natural en una nave espacial, incluso si ésta se encuentra llena con aire atmosférico.

En los estudios de transferencia de calor la variable principal es la *temperatura* y resulta conveniente expresar la fuerza neta de empuje (ecuación 9-2) en términos de las diferencias de temperatura. Pero esto requiere que se exprese la diferencia de densidades en términos de diferencias de temperatura, lo cual requiere el conocimiento de una propiedad que represente la *variación de la densidad de un fluido con la temperatura a presión constante*. La *propiedad que proporciona esa información es el coeficiente de expansión volumétrica* β , definido como (figura 9-4)

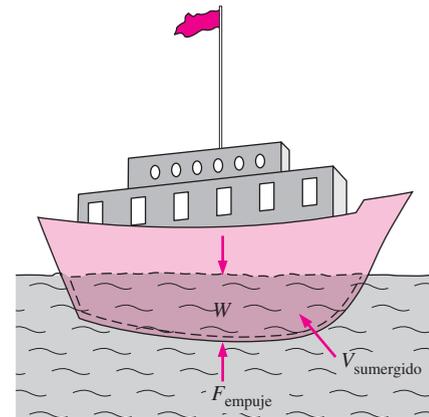
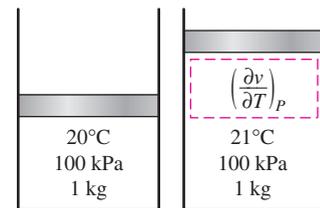
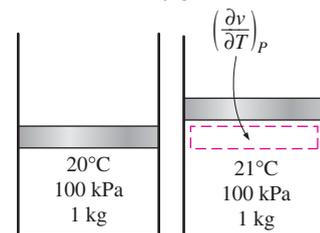


FIGURA 9-3

Es la fuerza de empuje la que mantiene los barcos a flote en el agua ($W = F_{\text{empuje}}$ para los objetos flotantes).



a) Sustancia con β grande



b) Sustancia con β pequeño

FIGURA 9-4

El coeficiente de expansión volumétrica es una medida del cambio en el volumen de una sustancia con la temperatura, a presión constante.

$$\beta = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (1/K) \quad (9-3)$$

En los estudios de la convección natural la condición del fluido suficientemente lejos de la superficie caliente o fría se indica por el subíndice “infinito”, para servir como un recordatorio de que es el valor a una distancia en donde no se siente la presencia de esa superficie. En esos casos el coeficiente de expansión volumétrica se puede expresar de manera aproximada reemplazando las cantidades diferenciales por diferencias como

$$\beta \approx -\frac{1}{\rho} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} = -\frac{1}{\rho} \frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T} \quad (\text{a } P \text{ constante}) \quad (9-4)$$

o bien,

$$\rho_\infty - \rho = \rho \beta (T - T_\infty) \quad (\text{a } P \text{ constante } P) \quad (9-5)$$

en donde ρ_∞ es la densidad y T_∞ es la temperatura del fluido en reposo lejos de la superficie.

Podemos demostrar con facilidad que el coeficiente de expansión volumétrica β de un *gas ideal* ($P = \rho RT$) a una temperatura T es equivalente a la inversa de la temperatura:

$$\beta_{\text{gas ideal}} = \frac{1}{T} \quad (1/K) \quad (9-6)$$

en donde T es la temperatura *termodinámica*. Note que un valor grande de β para un fluido significa un cambio grande en la densidad con la temperatura y que el producto $\beta \Delta T$ representa la fracción del cambio de volumen de un fluido que corresponde a un cambio de temperatura ΔT a presión constante. También note que la fuerza de empuje es proporcional a la *diferencia de densidad*, la cual es proporcional a la *diferencia de temperatura* a presión constante. Por lo tanto, entre mayor sea la diferencia de temperatura entre el fluido adyacente a una superficie caliente (o fría) y aquel que está lejos de ella, *mayor* será la fuerza de empuje y *más fuertes* las corrientes de convección natural, y como consecuencia, *más alta* será la velocidad de la transferencia de calor.

La magnitud de la transferencia de calor por convección natural entre una superficie y un fluido está relacionada de manera directa con el *gasto* de este último. Entre mayor sea el gasto, más alta será la razón de la transferencia de calor. De hecho, son los gastos muy altos los que incrementan el coeficiente de transferencia de calor en órdenes de magnitud cuando se usa convección forzada. En la convección natural no se usan sopladores y, por lo tanto, el gasto no se puede controlar en forma externa. En este caso, el gasto se establece por el equilibrio dinámico de la *flotación* y la *fricción*.

Como hemos discutido al principio, la fuerza de empuje es causada por la diferencia en densidad entre el fluido calentado (o enfriado) adyacente a la superficie y el fluido que lo circunda y es proporcional a esta diferencia y al volumen ocupado por el fluido más caliente. Asimismo es bien sabido que siempre que dos cuerpos en contacto (sólido-sólido, sólido-fluido o fluido-fluido) se mueven uno en relación con el otro, se desarrolla una *fuerza de fricción* en la superficie de contacto, con dirección opuesta a la del movimiento. Esta fuerza en oposición desacelera el fluido y, como consecuencia, reduce el gasto del mismo. En condiciones estacionarias el gasto de aire impulsado por la flotación se establece en el punto donde estos efectos se *equilibran* entre sí. La fuerza de fricción se incrementa conforme se introducen más y más superficies sólidas, perturbando gravemente el flujo del fluido y la transferencia de calor. Por esa razón, los sumideros de calor con aletas muy poco espaciadas entre sí no son apropiados para el enfriamiento por convección natural.

La mayor parte de las correlaciones en la convección natural se basan en mediciones experimentales. El instrumento que se usa con frecuencia en los

experimentos relativos a la convección natural es el *interferómetro de Mach-Zehnder*, el cual da una gráfica de las isoterma en el fluido, en la vecindad de una superficie. El principio de operación de los interferómetros se basa en el hecho de que a baja presión las líneas de temperatura constante para un gas corresponden con las líneas de densidad constante, y que el índice de refracción de un gas es función de su densidad. Por lo tanto, el grado de refracción de la luz en algún punto en un gas es una medida del gradiente de temperatura en ese punto. Un interferómetro produce un mapa de márgenes de interferencia, los cuales se pueden interpretar como líneas de *temperatura constante*, como se muestra en la figura 9-5. Las líneas suaves y paralelas que aparecen en la figura *a*) indican que el flujo es *laminar*, en tanto que los remolinos y las irregularidades que se encuentran en la *b*) indican que el flujo es *turbulento*. Note que las líneas están más próximas entre sí cerca de la superficie, lo que indica un *gradiente más alto de temperatura*.

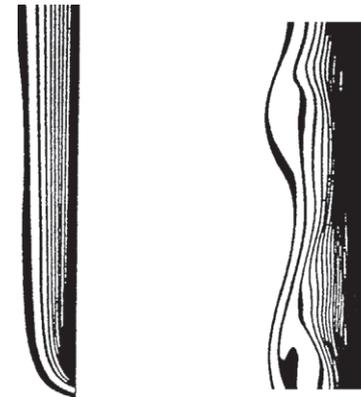
9-2 ■ ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO Y EL NÚMERO DE GRASHOF

En esta sección deducimos la ecuación del movimiento que rige el flujo por convección natural en la capa frontera laminar. Las ecuaciones de conservación de la masa y de la energía obtenidas en el capítulo 6 para la convección forzada también son aplicables para la convección natural, pero necesita modificarse la ecuación de la cantidad del movimiento para incorporar la flotación.

Considere una placa plana caliente vertical sumergida en una masa inmóvil de fluido. Suponemos que el flujo por convección natural es estacionario, laminar y bidimensional, y que el fluido es newtoniano con propiedades constantes, incluyendo la densidad, con una excepción: debe considerarse la diferencia de densidad $\rho - \rho_\infty$, ya que es esta diferencia entre el interior y el exterior de la capa límite la que da lugar a la fuerza de empuje y sostiene el flujo. (Esto se conoce como la *aproximación de Boussinesq.*) Tomemos la dirección hacia arriba a lo largo de la placa como la x y la normal a la superficie como la y , como se muestra en la figura 9-6. Por lo tanto, la gravedad actúa en la dirección $-x$. Dado que el flujo es estacionario y bidimensional, las componentes x y y de la velocidad dentro de la capa límite son $u = u(x, y)$ y $v = v(x, y)$, respectivamente.

En la figura 9-6 también se muestran los perfiles de velocidades y de temperaturas para la convección natural sobre una placa caliente vertical. Note que, igual que en la convección forzada, el espesor de la capa límite aumenta en la dirección del flujo. Sin embargo, a diferencia de la convección forzada, la velocidad del fluido es *cero* en el borde exterior de la capa límite de la velocidad, así como en la superficie de la placa. Esto es de esperarse, ya que el fluido que se encuentra más allá de la capa límite está inmóvil. Por tanto, la velocidad del fluido aumenta con la distancia a la superficie, alcanza un máximo y, en forma gradual, disminuye hasta cero a una distancia suficientemente lejos de esta última. En la superficie la temperatura del fluido es igual a la de la placa y, de manera gradual, decrece hasta la del fluido circundante a una distancia suficientemente lejos de esa superficie, como se muestra en la figura. En el caso de las *superficies frías* la forma de los perfiles de velocidades y temperaturas sigue siendo la misma, pero su dirección se invierte.

Considere un elemento diferencial de volumen de altura dx , longitud dy y profundidad unitaria en la dirección z (normal al papel) para el análisis. En la figura 9-7 se muestran las fuerzas que actúan sobre este elemento de volumen. Para este volumen de control la segunda ley de Newton del movimiento se puede expresar como



a) Flujo laminar

b) Flujo turbulento

FIGURA 9-5

Isotermas en la convección natural sobre una placa caliente en el aire.

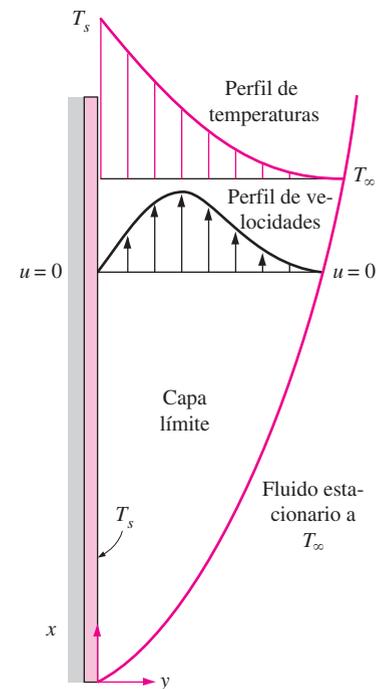


FIGURA 9-6

Perfiles típicos de velocidades y de temperaturas para el flujo de convección natural sobre una placa vertical caliente a la temperatura T_s introducida en un fluido a la temperatura T_∞ .

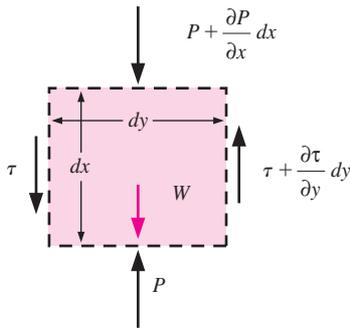


FIGURA 9-7

Fuerzas que actúan sobre un elemento diferencial de volumen en la capa límite de convección natural sobre una placa plana vertical.

$$\delta m \cdot a_x = F_x \quad (9-7)$$

donde $\delta m = \rho(dx \cdot dy \cdot 1)$ es la masa de fluido que se encuentra dentro del elemento diferencial de volumen. La aceleración en la dirección x se obtiene al tomar la diferencial total de $u(x, y)$, la cual es $du = (\partial u/\partial x)dx + (\partial u/\partial y)dy$, y al dividirla entre dt . Se obtiene

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (9-8)$$

Las fuerzas que actúan sobre el elemento diferencial de volumen en la dirección vertical son las de presión sobre las superficies superior e inferior, los esfuerzos cortantes sobre las superficies laterales (los esfuerzos normales sobre las superficies superior e inferior son pequeños y se descartan) y la fuerza de gravedad sobre todo el elemento de volumen. Entonces la fuerza superficial neta que actúa en la dirección x queda

$$\begin{aligned} F_x &= \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} dy \right) (dx \cdot 1) - \left(\frac{\partial P}{\partial x} dx \right) (dy \cdot 1) - \rho g (dx \cdot dy \cdot 1) \\ &= \left(\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} - \rho g \right) (dx \cdot dy \cdot 1) \end{aligned} \quad (9-9)$$

ya que $\tau = \mu(\partial u/\partial y)$. Sustituyendo las ecuaciones 9-8 y 9-9 en la 9-7 y dividiendo entre $\rho \cdot dx \cdot dy \cdot 1$ da la *conservación de la cantidad de movimiento* en la dirección x como

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} - \rho g \quad (9-10)$$

Se puede obtener la ecuación de la cantidad de movimiento en la dirección x en el fluido inmóvil que se encuentra fuera de la capa límite basándose en la ecuación que acaba de deducirse, como un caso especial, haciendo $u = 0$; esto da

$$\frac{\partial P_\infty}{\partial x} = -\rho_\infty g \quad (9-11)$$

la cual es sencillamente la relación para la variación de la presión hidrostática en un fluido inmóvil con la altura, como era de esperarse. Asimismo, dado que $v \ll u$ en la capa límite y, por tanto, $\partial v/\partial x \approx \partial v/\partial y \approx 0$ y puesto que no se tienen fuerzas sobre la totalidad del cuerpo (incluyendo la gravedad) en la dirección y , el balance de fuerzas en esa dirección da $\partial P/\partial y = 0$. Es decir, la variación de la presión en la dirección normal a la superficie es negativa y, para una x dada, la presión en la capa límite es igual a la presión en el líquido inmóvil. Por lo tanto, $P = P(x) = P_\infty(x)$ y $\partial P/\partial x = \partial P_\infty/\partial x = -\rho_\infty g$. Sustituyendo en la ecuación (9-10),

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\rho_\infty - \rho)g \quad (9-12)$$

El último término representa la fuerza neta hacia arriba por unidad de volumen del fluido (la diferencia entre la fuerza de empuje y el peso del fluido). Esta es la fuerza que inicia y sostiene las corrientes de convección.

De la ecuación 9-5 tenemos $\rho_\infty - \rho = \rho\beta(T - T_\infty)$. Sustituyéndolo en la última ecuación y dividiendo ambos miembros entre ρ da la forma deseada de la ecuación de la cantidad de movimiento en la dirección x ,

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta(T - T_\infty) \quad (9-13)$$

La ecuación anterior rige el movimiento del fluido en la capa límite debido al efecto de flotación. Note que la ecuación de la cantidad de movimiento involucra la temperatura y, por tanto, las ecuaciones de la cantidad de movimiento y de la energía deben resolverse simultáneamente.

El conjunto de tres ecuaciones diferenciales parciales (las ecuaciones de la continuidad, de la cantidad de movimiento y de la energía) que rigen el flujo por convección natural sobre placas isotérmicas verticales se puede reducir a un conjunto de dos ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales mediante la introducción de una variable de semejanza. Pero las ecuaciones resultantes todavía tienen que resolverse en forma numérica [Ostrach (1993)]. Se recomienda al lector interesado que consulte libros avanzados sobre el tema para obtener discusiones detalladas [por ejemplo, Kays y Crawford (1993)].

El número de Grashof

Es posible hacer adimensionales las ecuaciones que rigen la convección natural y las condiciones de frontera dividiendo todas las variables dependientes e independientes entre cantidades constantes apropiadas: todas las longitudes entre una longitud característica L_c , todas las velocidades entre una velocidad arbitraria de referencia, V (la cual, basándose en la definición del número de Reynolds, se toma como $V = \text{Re}_L \nu / L_c$), y la temperatura entre una diferencia de temperatura apropiada (la cual se toma como $T_s - T_\infty$) como

$$x^* = \frac{x}{L_c} \quad y^* = \frac{y}{L_c} \quad u^* = \frac{u}{V} \quad v^* = \frac{v}{V} \quad \text{y} \quad T^* = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

en donde los asteriscos se usan para denotar variables no dimensionales. Sustituyéndolas en la ecuación de la cantidad de movimiento y simplificando da

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \left[\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} \right] \frac{T^*}{\text{Re}_L^2} + \frac{1}{\text{Re}_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \quad (9-14)$$

El parámetro adimensional que se encuentra entre corchetes representa los efectos de la convección natural y se llama **número de Grashof**, Gr_L ,

$$\text{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} \quad (9-15)$$

en donde

- g = aceleración gravitacional, m/s^2
- β = coeficiente de expansión volumétrica, $1/\text{K}$ ($\beta = 1/T$ para los gases ideales)
- T_s = temperatura de la superficie, $^\circ\text{C}$
- T_∞ = temperatura del fluido suficientemente lejos de la superficie, $^\circ\text{C}$
- L_c = longitud característica de la configuración geométrica, m
- ν = viscosidad cinemática del fluido, m^2/s

En los capítulos precedentes mencionamos que el *número de Reynolds*, el cual es adimensional y representa la razón entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas que actúan sobre el fluido, rige el régimen de flujo en la convección forzada. El *número de Grashof*, el cual también es adimensional y representa la razón entre la *fuerza de empuje* y la *fuerza viscosa* que actúan sobre el fluido, rige el régimen de flujo en la convección natural (figura 9-8).

El papel que desempeña el número de Reynolds en la convección forzada es realizado por el número de Grashof en la convección natural. Como tal, este último número proporciona el criterio principal en la determinación de si el flujo del fluido es laminar o turbulento en la convección natural. Por ejemplo, para las placas verticales se observa que el número crítico de Grashof es alre-

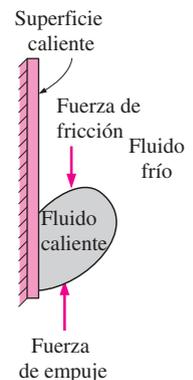


FIGURA 9-8

El número de Grashof es una medida de las magnitudes relativas de la *fuerza de empuje* y la *fuerza viscosa* en oposición que actúan sobre el fluido.

dedor de 10^9 . Por lo tanto, el régimen del flujo sobre una placa vertical se vuelve *turbulento* a números de Grashof mayores que 10^9 .

Cuando una superficie se sujeta a flujo externo, el problema involucra tanto convección natural como forzada. La importancia relativa de cada modo de transferencia de calor se determina por el valor del coeficiente Gr_L/Re_L^2 : los efectos de la convección natural son despreciables si $Gr_L/Re_L^2 \ll 1$, la convección libre domina y los efectos de la convección forzada son despreciables si $Gr_L/Re_L^2 \gg 1$ y los dos efectos son significativos y deben considerarse si $Gr_L/Re_L^2 \approx 1$.

9-3 ■ CONVECCIÓN NATURAL SOBRE SUPERFICIES

La transferencia de calor por convección natural sobre una superficie depende de la configuración geométrica de ésta así como de su orientación. También depende de la variación de la temperatura sobre la superficie y de las propiedades termofísicas del fluido que interviene.

Aun cuando comprendemos bien el mecanismo de la convección natural, las complejidades del movimiento del fluido hacen que sea muy difícil obtener relaciones analíticas sencillas para la transferencia de calor mediante la resolución de las ecuaciones que rigen el movimiento y la energía. Existen algunas soluciones analíticas para la convección natural, pero carecen de generalidad, ya que se obtienen para configuraciones geométricas simples con algunas hipótesis simplificadoras. Por lo tanto, con la excepción de algunos casos simples, las relaciones de transferencia de calor en la convección natural se basan en estudios experimentales. Del numeroso grupo de esas correlaciones, de complejidad variable y de proclamada exactitud de las que se dispone en la literatura para cualquier configuración geométrica dada, aquí presentamos las que se conocen mejor y que se usan con más amplitud.

Las correlaciones empíricas sencillas para el *número promedio de Nusselt* Nu en la convección natural son de la forma (figura 9-9)

$$Nu = \frac{hL_c}{k} = C(Gr_L Pr)^n = C Ra_L^n \quad (9-16)$$

en donde Ra_L es el **número de Rayleigh**, el cual es el producto de los números de Grashof y de Prandtl:

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} Pr \quad (9-17)$$

Los valores de las constantes C y n dependen de la *configuración geométrica* de la superficie y del *régimen de flujo*, el cual se caracteriza por el rango del número de Rayleigh. El valor de n suele ser $\frac{1}{4}$ para el flujo laminar y $\frac{1}{3}$ para el turbulento. El valor de la constante C normalmente es menor que 1.

En la tabla 9-1 se dan relaciones simples para el número promedio de Nusselt para varias configuraciones geométricas, junto con esquemas de estas últimas. En esta tabla también se dan las longitudes características de las configuraciones y los intervalos del número de Rayleigh en los cuales la relación es aplicable. Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura de película $T_f = \frac{1}{2}(T_s + T_\infty)$.

Cuando se conoce el número promedio de Nusselt y, por consiguiente, el coeficiente promedio de convección, la velocidad de la transferencia de calor por convección natural de una superficie sólida que está a una temperatura uniforme T_s hacia el fluido circundante se expresa por la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (W) \quad (9-18)$$

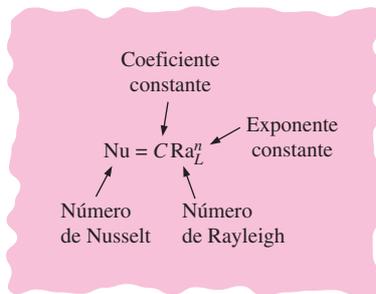
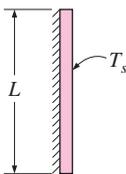
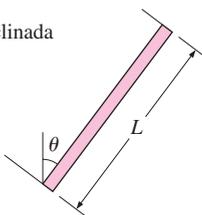
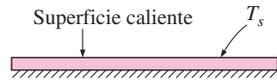
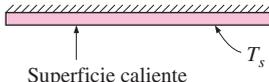
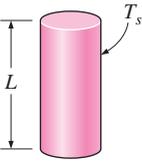
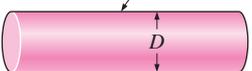
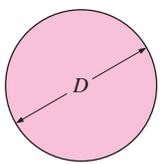


FIGURA 9-9

Las correlaciones de la transferencia de calor por convección natural suelen expresarse en términos del número de Rayleigh elevado a una constante n y multiplicado por otra constante C , las cuales se determinan en forma experimental.

TABLA 9-1

Correlaciones empíricas del número promedio de Nusselt para la convección natural sobre superficies

Configuración geométrica	Longitud característica L_c	Intervalo de Ra	Nu
Placa vertical 	L	$10^4 - 10^9$ $10^9 - 10^{13}$ Todo el intervalo	$Nu = 0.59Ra_L^{1/4}$ (9-19) $Nu = 0.1Ra_L^{1/3}$ (9-20) $Nu = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra_L^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$ (9-21) (compleja pero más exacta)
Placa inclinada 	L		Utilícense las ecuaciones de la placa vertical para la superficie superior de una placa fría y la superficie inferior de una placa caliente Reemplácese g por $g \cos \theta$ para $Ra < 10^9$
Plástico horizontal (Área superficial A y perímetro p) a) Superficie superior de una placa caliente (o superficie inferior de una placa fría)  b) Superficie inferior de una placa caliente (o superficie superior de una placa fría) 	A_s/p	$10^4 - 10^7$ $10^7 - 10^{11}$ $10^5 - 10^{11}$	$Nu = 0.54Ra_L^{1/4}$ (9-22) $Nu = 0.15Ra_L^{1/3}$ (9-23) $Nu = 0.27Ra_L^{1/4}$ (9-24)
Cilindro vertical 	L		Un cilindro vertical puede tratarse como una placa vertical cuando $D \geq \frac{35L}{Gr_L^{1/4}}$
Cilindro horizontal 	D	$Ra_D \leq 10^{12}$	$Nu = \left\{ 0.6 + \frac{0.387Ra_D^{1/6}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$ (9-25)
Esfera 	D	$Ra_D \leq 10^{11}$ $(Pr \geq 0.7)$	$Nu = 2 + \frac{0.589Ra_D^{1/4}}{[1 + (0.469/Pr)^{9/16}]^{4/9}}$ (9-26)

en donde A_s es el área de la superficie de transferencia de calor y h es el coeficiente promedio de transferencia de calor sobre la superficie.

Placas verticales ($T_s = \text{constante}$)

Para una placa plana vertical, la longitud característica es la altura L de ella. En la tabla 9-1 se dan tres relaciones para el número promedio de Nusselt en una placa vertical isotérmica. Las dos primeras relaciones son muy sencillas. A pesar de su complejidad, sugerimos el uso de la tercera (ecuación 9-21), recomendada por Churchill y Chu (1975), dado que es aplicable sobre todo el rango del número de Rayleigh. La mayor exactitud de esta relación se tiene en el rango $10^{-1} < Ra_L < 10^9$.

Placas verticales ($\dot{q}_s = \text{constante}$)

En el caso de flujo constante de calor en la superficie, se sabe que la razón de la transferencia de calor es sencillamente $\dot{Q} = \dot{q}_s A_s$, pero no se conoce la temperatura superficial T_s . De hecho, T_s aumenta con la altura a lo largo de la placa. Resulta que las relaciones del número de Nusselt para los casos de temperatura superficial constante y flujo constante de calor en la superficie son casi idénticas [Churchill y Chu (1975)]. Por lo tanto, las relaciones para las placas isotérmicas también se pueden usar para las placas sujetas a flujo uniforme de calor siempre que se use la temperatura $T_{L/2}$ en el punto medio de la placa, en lugar de T_s , en la evaluación de la temperatura de película, del número de Rayleigh y del número de Nusselt. Dado que $h = \dot{q}_s / (T_{L/2} - T_\infty)$, el número promedio de Nusselt en este caso se puede expresar como

$$Nu = \frac{hL}{k} = \frac{\dot{q}_s L}{k(T_{L/2} - T_\infty)} \quad (9-27)$$

La temperatura $T_{L/2}$ en el punto medio se determina por iteración, de modo que concuerden los números de Nusselt determinados a partir de las ecuaciones 9-21 y 9-27.

Cilindros verticales

La superficie exterior de un cilindro vertical se puede tratar como una placa vertical cuando el diámetro del cilindro es suficientemente grande, de modo que los efectos de la curvatura sean despreciables. Esta condición se satisface si

$$D \geq \frac{35L}{Gr_L^{1/4}} \quad (9-28)$$

Cuando se satisfacen estos criterios, también se pueden usar las relaciones de las placas verticales para los cilindros verticales. En la literatura [por ejemplo, Cebeci (1974)] se encuentran relaciones del número de Nusselt para cilindros esbeltos que no cumplen con estos criterios.

Placas inclinadas

Considere una placa inclinada caliente que forma un ángulo θ con respecto a la vertical, como se muestra en la figura 9-10, en un medio ambiente más frío. La fuerza neta $F = g(\rho_\infty - \rho)$ (la diferencia entre la de empuje y la de la gravedad) que actúa sobre un volumen unitario del fluido en la capa frontera siempre lo hace en la dirección vertical. En el caso de la placa inclinada, esta fuerza se puede resolver en dos componentes: $F_y = F \cos \theta$, paralela a la placa y que impulsa el flujo a lo largo de ésta, y $F_x = F \sin \theta$, perpendicular a la

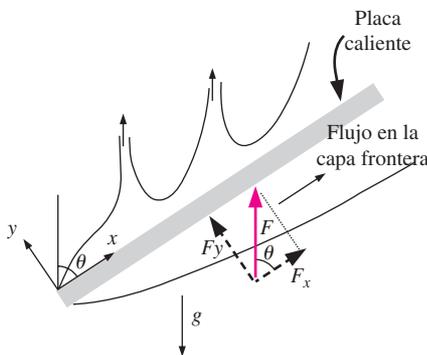


FIGURA 9-10

Flujos por convección natural sobre las superficies superior e inferior de una placa inclinada caliente.

placa. Dado que la fuerza que impulsa el movimiento se reduce, esperamos que las fuerzas de convección sean más débiles y que la velocidad de la transferencia de calor sea más baja en relación con el caso de la placa vertical.

Los experimentos confirman lo que sospechamos para la superficie inferior de una placa caliente, pero se observa lo opuesto sobre la superficie superior. La razón para este curioso comportamiento en la superficie superior es que la componente F_y de la fuerza inicia el movimiento hacia arriba en adición al movimiento paralelo a lo largo de la placa y, como consecuencia, la capa límite se rompe y forma columnas, como se muestra en la figura. Como resultado, el espesor de la capa límite y, por ende, la resistencia a la transferencia de calor decrecen y aumenta la razón de la transferencia de calor en relación con la orientación vertical.

En el caso de una placa fría en un medio ambiente más caliente, ocurre lo opuesto, como era de esperarse. La capa límite sobre la superficie superior permanece intacta con un flujo más débil en ella y, por consiguiente, una razón menor de transferencia de calor, y la capa límite sobre la superficie inferior se divide (el fluido más frío cae) y, de este modo, se mejora la transferencia de calor.

Cuando la capa límite permanece intacta (la superficie inferior de una placa caliente o la superior de una fría), el número de Nusselt se puede determinar basándose en las relaciones de la placa vertical siempre que se reemplace g en la relación del número de Rayleigh por $g \cos \theta$, para $\theta < 60^\circ$. En la literatura [por ejemplo, Fujii e Imura (1972)], se encuentran las relaciones del número de Nusselt para las otras dos superficies (la superior de una placa caliente o la inferior de una fría).

Placas horizontales

La razón de la transferencia de calor hacia una superficie horizontal o desde ésta depende de si la superficie está hacia arriba o hacia abajo. Para una superficie caliente en un medio ambiente más frío, la fuerza neta actúa hacia arriba, forzando al fluido calentado a subir. Si la superficie caliente está hacia arriba, el fluido calentado sube con libertad, induciendo fuertes corrientes de convección natural y, como consecuencia, una transferencia de calor eficaz, como se muestra en la figura 9-11. Pero si la superficie caliente está hacia abajo, la placa bloquea al fluido calentado que tiende a subir (excepto el cercano a los bordes), impidiendo la transferencia de calor. Se cumple lo opuesto para una placa fría en un medio ambiente más caliente, ya que, en este caso, la fuerza neta (peso menos fuerza de empuje) actúa hacia abajo y el fluido enfriado cercano a la placa tiende a descender.

Se puede determinar el número promedio de Nusselt para las superficies horizontales a partir de las sencillas relaciones de la ley de la potencia dadas en la tabla 9-1. La longitud característica de las superficies horizontales se calcula a partir de

$$L_c = \frac{A_s}{p} \quad (9-29)$$

en donde A_s es el área superficial y p es el perímetro. Note que $L_c = a/4$ para una superficie horizontal cuadrada de longitud a , y $D/4$ para una superficie circular horizontal de diámetro D .

Cilindros horizontales y esferas

La capa límite sobre un cilindro horizontal caliente se empieza a desarrollar en la parte de abajo, aumentando su espesor a lo largo de la circunferencia y formando una columna ascendente en la parte superior, como se muestra en la

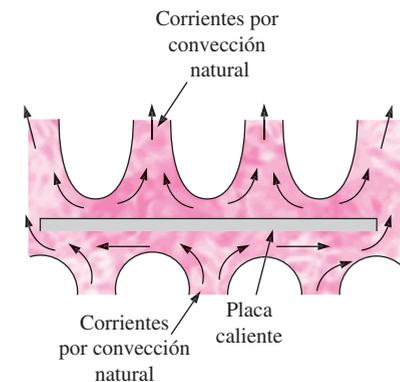


FIGURA 9-11

Flujos por convección natural sobre las superficies superior e inferior de una placa horizontal caliente.

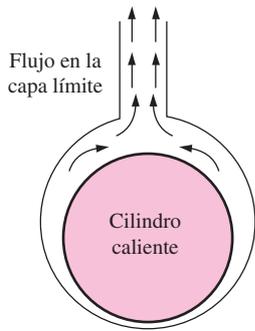


FIGURA 9-12

Flujo por convección natural sobre un cilindro horizontal caliente.

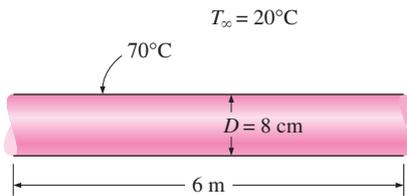


FIGURA 9-13

Esquema para el ejemplo 9-1.

figura 9-12. Por lo tanto, el número local de Nusselt es más alto en la parte de abajo y más bajo en la de arriba del cilindro, cuando el flujo en la capa límite permanece laminar. Se cumple lo opuesto en el caso de un cilindro horizontal frío en un medio más caliente y la capa límite en este caso se empieza a desarrollar arriba del cilindro y termina con una columna descendente en la parte de abajo.

Se puede determinar el número promedio de Nusselt sobre la superficie completa con base en la ecuación 9-26 [Churchill y Chu (1975)] para un cilindro horizontal isotérmico, y a partir de la 9-27, para una esfera isotérmica [Churchill (1983)], dadas ambas en la tabla 9-1.

EJEMPLO 9-1 Pérdida de calor en tubos de agua caliente

Una sección de 6 m de largo de un tubo horizontal de agua caliente de 8 cm de diámetro, mostrado en la figura 9-13, pasa a través de un cuarto grande cuya temperatura es de 20°C. Si la temperatura de la superficie exterior del tubo es de 70°C, determine la razón de la pérdida de calor en el tubo por convección natural.

SOLUCIÓN Un tubo horizontal de agua caliente pasa a través de un cuarto grande. Debe determinarse la razón de la pérdida de calor en el tubo por convección natural.

Suposiciones 1 Existen condiciones estacionarias de operación. 2 El aire es un gas ideal. 3 La presión atmosférica local es de 1 atm.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película de $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (70 + 20)/2 = 20^\circ\text{C}$ y 1 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02699 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad \text{Pr} = 0.7241$$

$$\nu = 1.750 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \quad \beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{318 \text{ K}}$$

Análisis En este caso la longitud característica es el diámetro exterior del tubo, $L_c = D = 0.08 \text{ m}$. Entonces el número de Rayleigh queda

$$\begin{aligned} \text{Ra}_D &= \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{\nu^2} \text{Pr} \\ &= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)[1/(318 \text{ K})](70 - 20 \text{ K})(0.08 \text{ m})^3}{(1.750 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2} (0.7241) = 1.867 \times 10^6 \end{aligned}$$

En este caso se puede determinar el número de Nusselt en la convección natural a partir de la ecuación 9-25 como

$$\text{Nu} = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 \text{ Ra}_D^{1/6}}{[1 + (0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = \left\{ 0.6 + \frac{0.387(1.867 \times 10^6)^{1/6}}{[1 + (0.559/0.7241)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = 17.39$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{D} \text{Nu} = \frac{0.02699 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.08 \text{ m}} (17.39) = 5.867 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$A_s = \pi DL = \pi(0.08 \text{ m})(6 \text{ m}) = 1.508 \text{ m}^2$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (5.867 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(1.508 \text{ m}^2)(70 - 20)^\circ\text{C} = 442 \text{ W}$$

Por lo tanto, el tubo perderá calor hacia el aire en el cuarto a razón de 442 W, por convección natural.

Discusión El tubo perderá calor hacia los alrededores por radiación así como por convección natural. Suponiendo que la superficie exterior del tubo sea negra (emisividad $\epsilon = 1$) y las superficies interiores de las paredes del cuarto estén a la temperatura ambiente, se determina que la transferencia de calor por radiación es (figura 9-14)

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad}} &= \epsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{\text{alred}}^4) \\ &= (1)(1.508 \text{ m}^2)(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(70 + 273 \text{ K})^4 - (20 + 273 \text{ K})^4] \\ &= 553 \text{ W}\end{aligned}$$

la cual es mayor que la convección natural. La emisividad de una superficie real es menor que 1 y, como consecuencia, la transferencia de calor por radiación en tales superficies será menor. Pero la radiación todavía será significativa para la mayor parte de los sistemas enfriados por convección natural. Por lo tanto, un análisis de convección natural normalmente debe de venir acompañado por análisis de la radiación, a menos que la emisividad de la superficie sea baja.

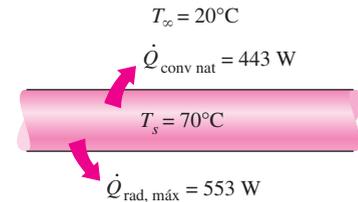


FIGURA 9-14

La transferencia de calor por radiación suele ser comparable en magnitud a la convección natural y debe considerarse en el análisis de la transferencia de calor.

EJEMPLO 9-2 Enfriamiento de una placa en orientaciones diferentes

Considere una placa cuadrada delgada de $0.6 \text{ m} \times 0.6 \text{ m}$ en un cuarto a 30°C . Uno de sus lados se mantiene a una temperatura de 90°C , en tanto que el otro lado está aislado, como se muestra en la figura 9-15. Determine la razón de la transferencia de calor desde la placa por convección natural si se encuentra a) vertical, b) horizontal con la superficie caliente hacia arriba y c) horizontal con la superficie caliente hacia abajo.

SOLUCIÓN Se considera una placa caliente con su cara posterior aislada. Debe determinarse la razón de la transferencia de calor por convección natural para diferentes orientaciones.

Suposiciones 1 Existen condiciones estacionarias de operación. 2 El aire es un gas ideal. 3 La presión atmosférica local es de 1 atm.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película de $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (90 + 30)/2 = 60^\circ\text{C}$ y 1 atm son (tabla A-15)

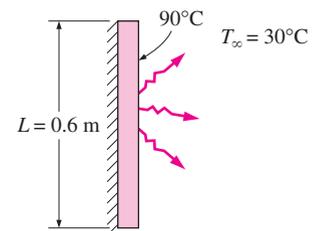
$$\begin{aligned}k &= 0.02808 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} & \text{Pr} &= 0.7202 \\ \nu &= 1.896 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} & \beta &= \frac{1}{T_f} = \frac{1}{333 \text{ K}}\end{aligned}$$

Análisis a) *Vertical.* En este caso, la longitud característica es la altura de la placa, la cual es $L = 0.6 \text{ m}$. El número de Rayleigh es

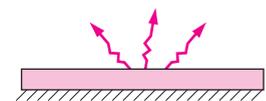
$$\begin{aligned}\text{Ra}_L &= \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \text{Pr} \\ &= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)[1/(333 \text{ K})](90 - 30 \text{ K})(0.6 \text{ m})^3}{(1.896 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2} (0.7202) = 7.649 \times 10^8\end{aligned}$$

Entonces se puede determinar el número de Nusselt en la convección natural a partir de la ecuación 9-21 como

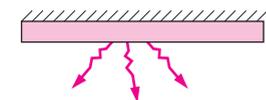
$$\begin{aligned}\text{Nu} &= \left\{ 0.825 + \frac{0.387 \text{ Ra}_L^{1/6}}{[1 + (0.492/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \\ &= \left\{ 0.825 + \frac{0.387(7.649 \times 10^8)^{1/6}}{1 + (0.492/0.7202)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = 113.3\end{aligned}$$



a) Vertical



b) Superficie caliente hacia arriba



c) Superficie caliente hacia abajo

FIGURA 9-15

Esquema para el ejemplo 9-2.

Note que la relación más sencilla de la ecuación 9-19 daría $Nu = 0.59 Ra_L^{1/4} = 98.14$, el cual 13% más bajo. Entonces,

$$h = \frac{k}{L} Nu = \frac{0.02808 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.6 \text{ m}} (113.3) = 5.302 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$A_s = L^2 = (0.6 \text{ m})^2 = 0.36 \text{ m}^2$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (5.302 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(0.36 \text{ m}^2)(90 - 30)^\circ\text{C} = \mathbf{115 \text{ W}}$$

b) *Horizontal con la superficie caliente hacia arriba.* En este caso la longitud característica y el número de Rayleigh son

$$L_c = \frac{A_s}{P} = \frac{L^2}{4L} = \frac{L}{4} = \frac{0.6 \text{ m}}{4} = 0.15 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} Ra_L &= \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} Pr \\ &= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)[1/(333 \text{ K})](90 - 30 \text{ K})(0.15 \text{ m})^3}{(1.896 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2} (0.7202) = 1.195 \times 10^7 \end{aligned}$$

Se puede determinar el número de Nusselt en la convección natural a partir de la ecuación 9-22 como

$$Nu = 0.54 Ra_L^{1/4} = 0.54(1.195 \times 10^7)^{1/4} = 31.75$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{L_c} Nu = \frac{0.02808 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.15 \text{ m}} (31.75) = 5.944 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (5.944 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(0.36 \text{ m}^2)(90 - 30)^\circ\text{C} = \mathbf{128 \text{ W}}$$

c) *Horizontal con la superficie caliente hacia abajo.* En este caso la longitud característica, el área superficial de transferencia de calor y el número de Rayleigh son los mismos que los determinados en b). Pero el número de Nusselt en la convección natural se debe determinar basándose en la ecuación 9-24,

$$Nu = 0.27 Ra_L^{1/4} = 0.27(1.195 \times 10^7)^{1/4} = 15.87$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{L_c} Nu = \frac{0.02808 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.15 \text{ m}} (15.87) = 2.971 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (2.971 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(0.36 \text{ m}^2)(90 - 30)^\circ\text{C} = \mathbf{64.2 \text{ W}}$$

Note que la transferencia de calor por convección natural es la más baja en el caso de la superficie caliente hacia abajo. Esto no es sorprendente, dado que, en este caso, el aire caliente queda "atrapado" debajo de la placa y no puede alejarse de ella con facilidad. Como resultado, el aire más frío que está en la vecindad de la placa tendrá dificultad para llegar a ésta, lo cual da por resultado una velocidad reducida de la transferencia de calor.

Discusión La placa perderá calor hacia los alrededores por radiación así como por convección natural. Suponiendo que la superficie de la placa sea negra

(emisividad $\varepsilon = 1$) y las superficies interiores de las paredes del cuarto estén a la temperatura ambiente, en este caso se determina que la transferencia de calor por radiación es

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad}} &= \varepsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{\text{alred}}^4) \\ &= (1)(0.36 \text{ m}^2)(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(90 + 273 \text{ K})^4 - (30 + 273 \text{ K})^4] \\ &= 182 \text{ W}\end{aligned}$$

la cual es mayor que la transferencia de calor por convección natural para cada caso. Por lo tanto, la radiación puede ser significativa y necesita ser considerada en las superficies enfriadas por convección natural.

9-4 ■ CONVECCIÓN NATURAL DESDE SUPERFICIES CON ALETAS Y PCB

En la práctica es común encontrar flujo por convección natural por un canal formado por dos placas paralelas, como se muestra en la figura 9-16. Cuando las placas están calientes ($T_s > T_\infty$), el fluido ambiente a T_∞ entra en el canal desde el extremo inferior, se eleva a medida que se calienta por el efecto de flotación y el fluido calentado sale del canal por el extremo superior. Las placas podrían ser las aletas de un sumidero de calor que cuente con ellas o los tableros de circuitos impresos PCB por sus siglas en inglés de un aparato electrónico. En el primer caso las placas se podrían aproximar como si fueran isotérmicas $T_s = \text{constante}$ y en el segundo de isoflujo ($\dot{q}_s = \text{constante}$).

Las capas límite se empiezan a desarrollar en los extremos inferiores de las superficies opuestas y llega el momento en que se unen en el plano de en medio si las placas están verticales y son suficientemente largas. En este caso tendremos flujo en canal completamente desarrollado después de la unión de las capas frontera y se analiza el flujo por convección natural como ese flujo en canal. Pero cuando las placas son cortas o el espaciamiento es grande, las capas límite de las superficies opuestas nunca se alcanzan entre sí y la convección natural sobre una de las superficies no resulta afectada por la presencia de la superficie opuesta. En ese caso, el problema debe analizarse como convección natural desde dos placas independientes en un medio inmóvil, usando las relaciones dadas para las superficies, y no como flujo por convección natural a través de un canal.

Enfriamiento por convección natural de superficies con aletas ($T_s = \text{constante}$)

Las superficies con aletas de diversas formas, llamadas *sumideros de calor*, se usan con frecuencia en el enfriamiento de aparatos electrónicos. La energía disipada por estos aparatos se transfiere a los sumideros de calor por conducción y desde estos últimos hacia el aire ambiente por convección natural o forzada, dependiendo de las necesidades de disipación de potencia. La convección natural es el modo preferido de transferencia de calor, dado que en ella no intervienen partes móviles, como los propios componentes electrónicos. Sin embargo, en el modo de convección natural es más probable que los componentes funcionen a una temperatura más elevada y, como consecuencia, se socava su confiabilidad. Un sumidero de calor seleccionado en forma apropiada puede disminuir de manera considerable la temperatura de operación de los componentes y, de este modo, reducir el riesgo de falla.

La convección natural desde superficies verticales de forma rectangular con aletas ha sido el tema de numerosos estudios, principalmente experimentales.

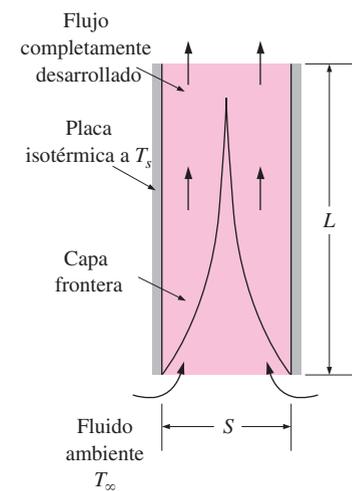


FIGURA 9-16

Flujo por convección natural por un canal entre dos placas verticales isotérmicas.

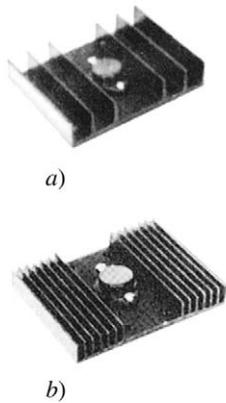


FIGURA 9-17

Sumideros de calor con aletas
 a) ampliamente espaciadas y b) con poco espacio entre ellas (cortesía de Vemaline Products).

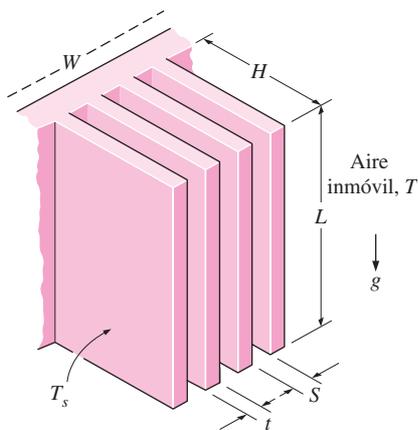


FIGURA 9-18

Diversas dimensiones de una superficie con aletas, orientada verticalmente.

Bar-Cohen y Rohsenow (1984) han recopilado los datos de los que se dispone con diversas condiciones de frontera y desarrollado correlaciones para el número de Nusselt y el espaciamiento óptimo. El espaciamiento S entre aletas adyacentes suele tomarse como la longitud característica para placas paralelas verticales usadas como aletas, aun cuando también se podría usar la altura L de la aleta. El número de Rayleigh se expresa como

$$Ra_S = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)S^3}{\nu^2} Pr \quad \text{y} \quad Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} Pr = Ra_S \frac{L^3}{S^3} \quad (9-30)$$

La relación recomendada para el número promedio de Nusselt para las placas paralelas verticales isotérmicas es

$$T_s = \text{constante:} \quad Nu = \frac{hS}{k} = \left[\frac{576}{(Ra_S S/L)^2} + \frac{2.873}{(Ra_S S/L)^{0.5}} \right]^{-0.5} \quad (9-31)$$

Una pregunta que surge a menudo en la selección de un sumidero de calor es si se selecciona uno con aletas *con poco espacio entre ellas* o *ampliamente espaciadas*, para un área dada de la base (figura 9-17). Un sumidero de calor con aletas con poco espacio entre ellas tendrá una mayor área superficial para la transferencia de calor pero un coeficiente más pequeño de transferencia de calor debido a la resistencia agregada que introducen las aletas adicionales al flujo del fluido por el paso entre ellas. Por otra parte, un sumidero de calor con aletas ampliamente espaciadas tendrá un coeficiente más alto de transferencia de calor pero un área superficial más pequeña. Por lo tanto, debe haber un *espaciamiento óptimo* que maximice el coeficiente de transferencia de calor por convección natural desde el sumidero para un área dada WL de la base, en donde W y L son al ancho y la altura de la base del mismo, respectivamente, como se muestra en la figura 9-18. Cuando las aletas son isotérmicas y el espesor t de la aleta es pequeño en relación con el espaciamiento S entre ellas, según Bar-Cohen y Rohsenow se determina que el espaciamiento óptimo para un sumidero vertical de calor es

$$T_s = \text{constante:} \quad S_{\text{ópt}} = 2.714 \left(\frac{S^3 L}{Ra_S} \right)^{0.25} = 2.714 \frac{L}{Ra_L^{0.25}} \quad (9-32)$$

Se puede demostrar mediante la combinación de las tres ecuaciones antes dadas que cuando $S = S_{\text{ópt}}$ el número de Nusselt es constante y su valor es 1.307,

$$S = S_{\text{ópt}}: \quad Nu = \frac{hS_{\text{ópt}}}{k} = 1.307 \quad (9-33)$$

La razón de la transferencia de calor por convección natural desde las aletas se puede determinar a partir de

$$\dot{Q} = h(2nLH)(T_s - T_\infty) \quad (9-34)$$

en donde $n = W/(S + t) \approx W/S$ es el número de aletas en el sumidero de calor y T_s es la temperatura superficial de ellas. Todas las propiedades del fluido se deben evaluar a la temperatura promedio $T_{\text{prom}} = (T_s + T_\infty)/2$.

Enfriamiento por convección natural de PCB verticales ($\dot{q}_s = \text{constante}$)

A menudo los arreglos de tableros de circuitos impresos que se usan en los sistemas electrónicos se pueden considerar como placas paralelas sujetas a flujo uniforme de calor \dot{q}_s (figura 9-19). En este caso la temperatura de la placa se incrementa con la altura, alcanzando un máximo en el borde superior del ta-

blero. El número modificado de Rayleigh para flujo uniforme de calor sobre las dos placas se expresa como

$$Ra_S^* = \frac{g\beta\dot{q}_s S^4}{k\nu^2} Pr \quad (9-35)$$

El número de Nusselt en el borde superior de la placa, en donde se tiene la temperatura máxima, se determina a partir de [Bar-Cohen y Rohsenow (1984)]

$$Nu_L = \frac{h_L S}{k} = \left[\frac{48}{Ra_S^* S/L} + \frac{2.51}{(Ra_S^* S/L)^{0.4}} \right]^{-0.5} \quad (9-36)$$

El espaciamiento óptimo de las aletas para el caso de flujo uniforme de calor en ambas placas queda dado como

$$\dot{q}_s = \text{constante:} \quad S_{\text{opt}} = 2.12 \left(\frac{S^4 L}{Ra_S^*} \right)^{0.2} \quad (9-37)$$

La razón total de la transferencia de calor desde las placas es

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{q}_s (2nLH) \quad (9-38)$$

en donde $n = W/(S + t) \approx W/S$ es el número de placas. La temperatura superficial crítica T_L se tiene en el borde superior de las placas y se puede determinar con base en

$$\dot{q}_s = h_L(T_L - T_\infty) \quad (9-39)$$

Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio $T_{\text{prom}} = (T_L + T_\infty)/2$.

Gasto de masa por el espacio entre placas

Como mencionamos al principio la magnitud de la transferencia de calor por convección natural está directamente relacionada con el gasto de masa del fluido, el cual se establece por el equilibrio dinámico de dos efectos opuestos: la *flotación* y la *fricción*.

Las aletas de un sumidero de calor introducen los dos efectos: *inducen flotación adicional* como resultado de la temperatura elevada de las superficies de las aletas, y *retardan el fluido* al actuar como un obstáculo agregado a la trayectoria de flujo. En consecuencia, el incremento del número de aletas en un sumidero de calor puede mejorar o reducir la convección natural, dependiendo de cuál de los efectos es el que domine. El gasto de fluido impulsado por el empuje se establece en el punto en donde estos dos efectos se equilibran entre sí. La fuerza de fricción se incrementa conforme se introducen más y más superficies sólidas, perturbando gravemente el flujo del fluido y la transferencia de calor. En algunas condiciones el incremento en la fricción puede más que compensar el incremento en el empuje. Esto, a su vez, tenderá a reducir el gasto y, por consiguiente, la transferencia de calor. Por esa razón, los sumideros de calor con aletas con poco espacio entre ellas no resultan apropiados para el enfriamiento por convección natural.

Cuando el sumidero de calor tiene aletas con espacio reducido entre ellas, los angostos canales formados tienden a bloquear o “sofocar” el fluido, en especial cuando el sumidero es largo. Como resultado, la acción de bloqueo producida abruma el empuje adicional y degrada las características de transferencia de calor del sumidero. Entonces, en un ajuste fijo de potencia, el sumidero opera a una temperatura más alta en relación con el caso en el que no se tiene recubrimiento. Cuando el sumidero tiene aletas ampliamente espacia-

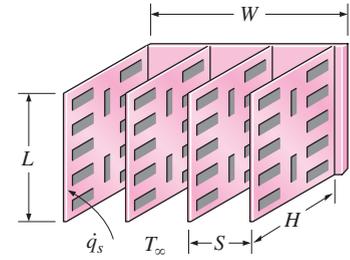


FIGURA 9-19

Arreglos de tableros verticales de circuitos impresos (PCB) enfriados por convección natural.

das, el recubrimiento no introduce un aumento significativo en la resistencia al flujo y dominan los efectos de flotación. Como resultado, la transferencia de calor por convección natural puede mejorar y en un nivel fijo de potencia el sumidero puede operar a una temperatura más baja.

Cuando se usan superficies extendidas, como las aletas, con el fin de mejorar la transferencia de calor por convección natural entre un sólido y un fluido, el gasto de éste en la vecindad del sólido se ajusta por sí mismo para incorporar los cambios en la flotación y la fricción. Resulta obvio que esta técnica de mejoramiento funcionará con ventaja sólo cuando el aumento en la flotación es mayor que la fricción adicional introducida. No es necesario preocuparse por la caída de presión o la potencia de bombeo cuando se estudia la convección natural ya que no se usan bombas ni sopladores. Por lo tanto, una técnica de mejoramiento en la convección natural sólo se evalúa con respecto al rendimiento en la transferencia de calor.

El índice de fallas de un componente electrónico aumenta casi en forma exponencial con la temperatura de operación. Entre más frío opera el dispositivo electrónico más confiable es. Una regla empírica es que el índice de fallas de los semiconductores se reduce a la mitad por cada reducción en 10°C en la temperatura de operación de la unión. El deseo de bajar la temperatura de operación sin tener que recurrir a la convección forzada ha motivado a los científicos a investigar técnicas de mejoramiento para la convección natural. Sparrow y Prakash han demostrado que, en ciertas condiciones el uso de placas separadas en lugar de placas continuas de la misma área superficial incrementa en forma considerable la transferencia de calor. En otro trabajo experimental, usando transistores como fuente de calor, Çengel y Zing han demostrado que la temperatura registrada en el caso de transistores cayó tanto como 30°C cuando se usó un recubrimiento, en comparación con el caso correspondiente de no existencia de éste.

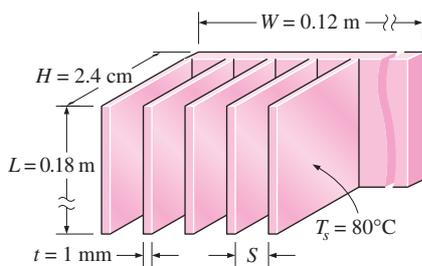


FIGURA 9-20

Esquema para el ejemplo 9-3.

EJEMPLO 9-3 Espaciamiento óptimo de las aletas de un sumidero de calor

Se debe enfriar una superficie vertical caliente de 12 cm de ancho y 18 cm de alto que está en aire a 30°C por medio de un sumidero de calor con aletas igualmente espaciadas de perfil rectangular (figura 9-20). Las aletas tienen 0.1 cm de espesor y 18 cm de largo en la dirección vertical, y una altura de 2.4 cm a partir de la base. Determine el espaciamiento óptimo de las aletas y la razón de la transferencia de calor por convección natural desde el sumidero, si la temperatura de la base es de 80°C .

SOLUCIÓN Se va a usar un sumidero de calor con aletas rectangulares igualmente espaciadas para enfriar una superficie caliente. Se deben determinar el espaciamiento óptimo de las aletas y la razón de la transferencia de calor.

Suposiciones 1 Existen condiciones estacionarias de operación. 2 El aire es un gas ideal. 3 La presión atmosférica en ese lugar es de 1 atm. 4 El espesor t de las aletas es muy pequeño en relación con el espaciamiento S entre ellas, de modo que puede aplicarse la ecuación 9-32 para el espaciamiento óptimo de las mismas. 5 Todas las superficies de las aletas son isotérmicas a la temperatura de la base.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película de $T_f = (T_s + T_{\infty})/2 = (80 + 30)/2 = 55^{\circ}\text{C}$ y a la presión de 1 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02772 \text{ W/m} \cdot ^{\circ}\text{C} \quad \text{Pr} = 0.7215$$

$$\nu = 1.847 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \quad \beta = 1/T_f = 1/328 \text{ K}$$

Análisis Tomamos la longitud de las aletas en la dirección vertical (ya que no conocemos el espaciamiento entre ellas) como la longitud característica. Entonces el número de Rayleigh queda

$$\begin{aligned} \text{Ra}_L &= \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \text{Pr} \\ &= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)[1/(328 \text{ K})](80 - 30 \text{ K})(0.18 \text{ m})^3}{(1.847 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2} (0.7215) = 1.845 \times 10^7 \end{aligned}$$

Con base en la ecuación 9-32 se determina que el espaciamiento óptimo entre las aletas es

$$S_{\text{opt}} = 2.714 \frac{L}{\text{Ra}_L^{0.25}} = 2.714 \frac{0.18 \text{ m}}{(1.845 \times 10^7)^{0.25}} = 7.45 \times 10^{-3} \text{ m} = \mathbf{7.45 \text{ mm}}$$

el cual es cerca de siete veces el espesor de ellas. Por lo tanto, en este caso resulta aceptable la suposición de que el espesor de las aletas es despreciable. El número de aletas para este caso de espaciamiento óptimo de las mismas es

$$n = \frac{W}{S + t} = \frac{0.12 \text{ m}}{(0.00745 + 0.001) \text{ m}} \approx 14 \text{ aletas}$$

Por la ecuación 9-33 el coeficiente de transferencia de calor por convección para este caso de espaciamiento óptimo es

$$h = \text{Nu}_{\text{opt}} \frac{k}{S_{\text{opt}}} = 1.307 \frac{0.02772 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.00745 \text{ m}} = 0.4863 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Entonces la razón de la transferencia de calor por convección natural queda

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= hA_s(T_s - T_\infty) = h(2nLH)(T_s - T_\infty) \\ &= (0.4863 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})[2 \times 14(0.18 \text{ m})(0.024 \text{ m})](80 - 30)^\circ\text{C} = \mathbf{29.4 \text{ W}} \end{aligned}$$

Por lo tanto, este sumidero puede disipar calor por convección natural a razón de 29.4 W.

9-5 ■ CONVECCIÓN NATURAL DENTRO DE RECINTOS CERRADOS

Una parte considerable de la pérdida de calor de una residencia típica ocurre a través de las ventanas. Si pudiéramos, aislaríamos las ventanas para conservar energía. El problema es hallar un material aislante que sea transparente. Un examen de las conductividades térmicas de los materiales aislantes revela que el *aire* es un *mejor aislador* que la mayor parte de esos materiales. Además, es transparente. Por lo tanto, tiene sentido aislar las ventanas con una capa de aire. Por supuesto, necesitamos usar otra lámina de vidrio para atrapar el aire. El resultado es un *recinto cerrado*, el cual se conoce como *ventana de hoja doble*. Otros ejemplos de recintos cerrados incluyen las cavidades en las paredes, los colectores solares y las cámaras criogénicas que contienen cilindros o esferas concéntricas.

En la práctica los recintos cerrados se encuentran con frecuencia y la transferencia de calor a través de ellos tiene un interés práctico. La transferencia de calor en los espacios encerrados se complica por el hecho de que, en general, el fluido en el recinto cerrado no permanece estacionario. En un recinto cerrado vertical el fluido adyacente a la superficie más caliente sube y el adyacente a la más fría baja, estableciendo un movimiento de rotación dentro del recinto que mejora la transferencia de calor a través de él. En las figuras 9-21 y 9-22 se muestran patrones típicos de flujo en recintos cerrados rectangulares verticales y horizontales.

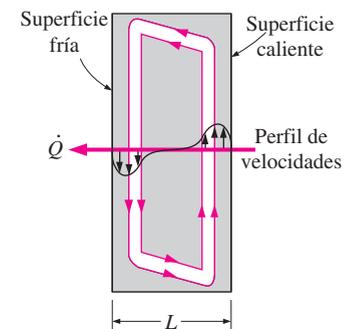


FIGURA 9-21

Corrientes de convección en un recinto cerrado vertical rectangular.

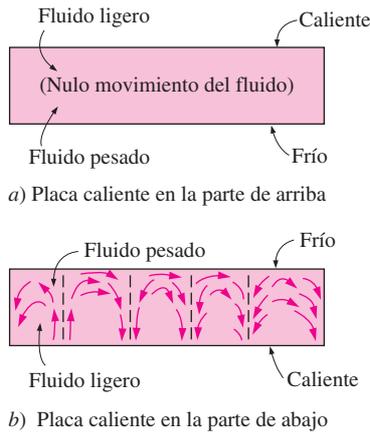


FIGURA 9-22

Corrientes de convección en un recinto cerrado horizontal con a) placa caliente en la parte de arriba y b) placa caliente en la parte de abajo.

Las características de la transferencia de calor a través de un recinto cerrado horizontal depende de si la placa más caliente está en la parte de arriba o en la de abajo, como se muestra en la figura 9-22. Cuando la placa más caliente está en la *parte de arriba*, no se desarrollan corrientes de convección en el recinto, ya que el fluido más ligero siempre está arriba del más pesado. En este caso la transferencia de calor es por *conducción pura* y tendremos $Nu = 1$. Cuando la placa más caliente está en la *parte de abajo*, el fluido más pesado está arriba del más ligero y se tiene una tendencia de éste de derribar a aquél y subir hasta la parte superior, en donde entra en contacto con la placa más fría y se enfriará. Sin embargo, hasta que sucede, la transferencia de calor todavía es por *conducción pura* y $Nu = 1$. Cuando $Ra > 1708$, la fuerza de empuje vence la resistencia del fluido e inicia las corrientes de convección natural, las cuales se observa que tienen la forma de celdas hexagonales llamadas *celdas de Bénard*. Para $Ra > 3 \times 10^5$, las celdas se rompen y el movimiento del fluido se vuelve turbulento.

El número de Rayleigh para un recinto cerrado se determina a partir de

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L_c^3}{\nu^2} Pr \quad (9-40)$$

en donde la longitud característica L_c es la distancia entre las superficies caliente y fría, y T_1 y T_2 son sus temperaturas, respectivamente. Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio del mismo $T_{prom} = (T_1 + T_2)/2$.

Conductividad térmica efectiva

Cuando se conoce el número de Nusselt la razón de la transferencia de calor a través del recinto cerrado se puede determinar por medio de

$$\dot{Q} = hA_s(T_1 - T_2) = kNuA_s \frac{T_1 - T_2}{L_c} \quad (9-41)$$

ya que $h = kNu/L$. La razón de la conducción estacionaria de calor de uno a otro lado de una capa de espesor L_c , área A_s y conductividad térmica k se expresa como

$$\dot{Q}_{cond} = kA_s \frac{T_1 - T_2}{L_c} \quad (9-42)$$

en donde T_1 y T_2 son las temperaturas en los dos lados de la capa. Una comparación de esta relación con la ecuación 9-41 revela que la transferencia de calor por convección en un recinto cerrado es análoga a la conducción de calor de uno a otro lado de una capa de fluido en ese recinto, siempre que la conductividad térmica k se reemplace por kNu . Es decir, *el fluido en un recinto cerrado se comporta como un fluido cuya conductividad térmica es kNu como resultado de las corrientes de convección*. Por lo tanto, la cantidad kNu se llama **conductividad térmica efectiva** del recinto; es decir,

$$k_{ef} = kNu \quad (9-43)$$

Note que para el caso especial de $Nu = 1$ la conductividad térmica efectiva del recinto se vuelve igual a la conductividad del fluido. Esto es de esperarse, dado que este caso corresponde a conducción pura (figura 9-23).

La transferencia de calor por convección natural en espacios encerrados ha sido el tema de muchos estudios experimentales y numéricos, y existen numerosas correlaciones para el número de Nusselt. Relaciones sencillas del tipo de la ley de la potencia en la forma de $Nu = C Ra_L^n$, en donde C y n son constantes, son suficientemente exactas, pero suelen ser aplicables a un intervalo re-

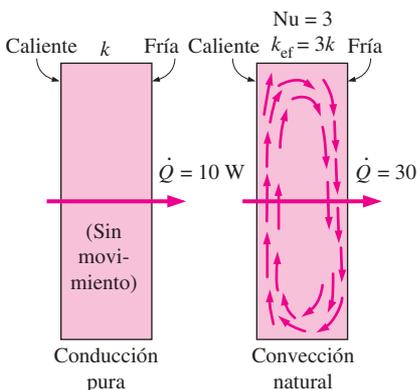


FIGURA 9-23

Un número de Nusselt de 3 para un recinto cerrado indica que la transferencia de calor a través de éste, por *convección natural*, es tres veces mejor que por *conducción pura*.

ducido de números de Prandtl y de Rayleigh y de proporciones dimensionales. Las relaciones que son más amplias resultan naturalmente más complejas. A continuación presentamos algunas relaciones que se usan con amplitud para varios tipos de recintos cerrados.

Recintos cerrados rectangulares horizontales

No necesitamos relaciones del número de Nusselt para el caso en donde la placa más caliente se encuentra en la parte de arriba, ya que en este caso no se tendrán corrientes de convección y la transferencia de calor será hacia abajo por conducción ($Nu = 1$). Sin embargo, cuando la placa más caliente está en la parte de abajo, se establecen corrientes significativas de convección para $Ra_L > 1708$ y se incrementa la razón de la transferencia de calor (figura 9-24).

Para los recintos cerrados horizontales que contienen aire, Jakob (1949) recomienda las correlaciones sencillas siguientes

$$Nu = 0.195Ra_L^{1/4} \quad 10^4 < Ra_L < 4 \times 10^5 \quad (9-44)$$

$$Nu = 0.068Ra_L^{1/3} \quad 4 \times 10^5 < Ra_L < 10^7 \quad (9-45)$$

Estas relaciones también se pueden usar para otros gases con $0.5 < Pr < 2$. Usando agua, aceite de silicona y mercurio en sus experimentos, Globe y Dropkin (1959) obtuvieron esta correlación para recintos cerrados horizontales calentados desde abajo,

$$Nu = 0.069Ra_L^{1/3} Pr^{0.074} \quad 3 \times 10^5 < Ra_L < 7 \times 10^9 \quad (9-46)$$

Basados en experimentos con aire, Hollands y otros (1976) recomiendan esta correlación para los recintos cerrados horizontales,

$$Nu = 1 + 1.44 \left[1 - \frac{1708}{Ra_L} \right]^+ + \left[\frac{Ra_L^{1/3}}{18} - 1 \right]^+ \quad Ra_L < 10^8 \quad (9-47)$$

La notación $[]^+$ indica que si la cantidad entre corchetes es negativa, debe igualarse a cero. Esta expresión también correlaciona bien los datos para líquidos con números moderados de Prandtl, para $Ra_L < 10^5$ y, por consiguiente, también se puede usar para el agua.

Recintos cerrados rectangulares inclinados

Los espacios de aire entre dos placas paralelas inclinadas se encuentran por lo común en los colectores solares de placa plana (entre la cubierta de vidrio y la placa de absorción) y en los tragaluces de hoja doble en los techos inclinados. La transferencia de calor a través de un espacio cerrado inclinado depende de la **proporción dimensional**, H/L , así como del ángulo de inclinación θ con respecto a la horizontal (figura 9-25).

Para proporciones dimensionales grandes ($H/L \geq 12$), esta ecuación [Hollands y otros, 1976] correlaciona extremadamente bien los datos experimentales para ángulos de inclinación hasta de 70° ,

$$Nu = 1 + 1.44 \left[1 - \frac{1708}{Ra_L \cos \theta} \right]^+ \left(1 - \frac{1708(\text{sen } 1.8\theta)^{1.6}}{Ra_L \cos \theta} \right) + \left[\frac{(Ra_L \cos \theta)^{1/3}}{18} - 1 \right]^+ \quad (9-48)$$

para $Ra_L < 10^5$, $0 < \theta < 70^\circ$, y $H/L \geq 12$. Una vez más, cualquier cantidad en $[]^+$ debe de igualarse a cero si es negativa. Esto es para garantizar que $Nu = 1$ para $Ra_L \cos \theta < 1708$. Note que esta relación se reduce a la ecuación 9-47 para los recintos cerrados horizontales en los que $\theta = 0^\circ$, como era de esperarse.

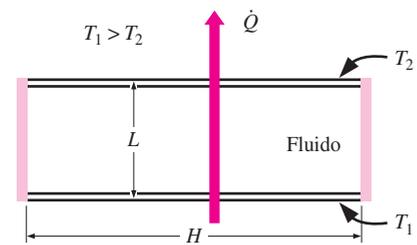


FIGURA 9-24

Recinto cerrado rectangular horizontal con superficies isotérmicas.

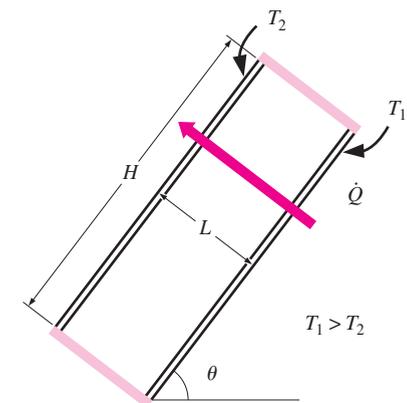


FIGURA 9-25

Recinto cerrado rectangular inclinado con superficies isotérmicas.

TABLA 9-2

Ángulos críticos para recintos cerrados rectangulares inclinados

Proporción dimensional H/L	Ángulo crítico θ_{cr}
1	25°
3	53°
6	60°
12	67°
> 12	70°

Para los recintos cerrados con relaciones de aspecto más pequeñas ($H/L < 12$), se puede usar la correlación siguiente siempre que el ángulo de inclinación sea menor que el valor crítico θ_{cr} cuya lista se da en la tabla 9-2 [Catton (1978)]

$$Nu = Nu_{\theta=0^\circ} \left(\frac{Nu_{\theta=90^\circ}}{Nu_{\theta=0^\circ}} \right)^{\theta/\theta_{cr}} (\sin \theta_{cr})^{\theta/(4\theta_{cr})} \quad 0^\circ < \theta < \theta_{cr} \quad (9-49)$$

Se puede obtener el número de Nusselt para ángulos de inclinación mayores que el valor crítico ($\theta_{cr} < \theta < 90^\circ$) al multiplicar el número correspondiente a un recinto cerrado vertical por $(\sin \theta)^{1/4}$ [Ayyaswamy y Catton (1973)],

$$Nu = Nu_{\theta=90^\circ} (\sin \theta)^{1/4} \quad \theta_{cr} < \theta < 90^\circ, \text{ cualquier } H/L \quad (9-50)$$

Para los recintos inclinados más de 90° , la relación recomendada es [Arnold y otros (1974)]

$$Nu = 1 + (Nu_{\theta=90^\circ} - 1) \sin \theta \quad 90^\circ < \theta < 180^\circ, \text{ cualquier } H/L \quad (9-51)$$

También se cuenta en la literatura con correlaciones más recientes, pero más complejas [por ejemplo, ElSherbiny y otros (1982)].

Recintos cerrados rectangulares verticales

Para los recintos cerrados verticales (figura 9-26), Catton (1978) recomienda estas dos correlaciones debidas a Berkovsky y Plevikov (1977),

$$Nu = 0.18 \left(\frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L \right)^{0.29} \quad \begin{array}{l} 1 < H/L < 2 \\ \text{cualquier número de Prandtl} \\ Ra_L Pr / (0.2 + Pr) > 10^3 \end{array} \quad (9-52)$$

$$Nu = 0.22 \left(\frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L \right)^{0.28} \left(\frac{H}{L} \right)^{-1/4} \quad \begin{array}{l} 2 < H/L < 10 \\ \text{cualquier número de Prandtl} \\ Ra_L < 10^{10} \end{array} \quad (9-53)$$

Para los recintos verticales con proporciones dimensionales más grandes, se pueden usar las correlaciones siguientes [MacGregor y Emery (1969)]

$$Nu = 0.42 Ra_L^{1/4} Pr^{0.012} \left(\frac{H}{L} \right)^{-0.3} \quad \begin{array}{l} 10 < H/L < 40 \\ 1 < Pr < 2 \times 10^4 \\ 10^4 < Ra_L < 10^7 \end{array} \quad (9-54)$$

$$Nu = 0.46 Ra_L^{1/3} \quad \begin{array}{l} 1 < H/L < 40 \\ 1 < Pr < 20 \\ 10^6 < Ra_L < 10^9 \end{array} \quad (9-55)$$

Una vez más, todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio $(T_1 + T_2)/2$.

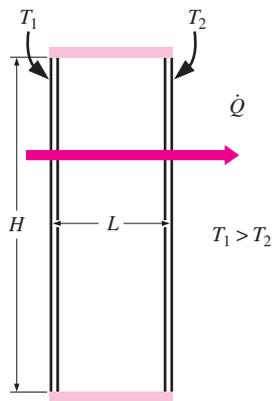


FIGURA 9-26

Recinto cerrado rectangular vertical con superficies isotérmicas.

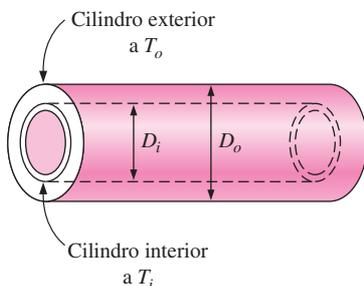


FIGURA 9-27

Dos cilindros concéntricos horizontales isotérmicos.

Cilindros concéntricos

Considere dos cilindros concéntricos horizontales largos mantenidos a temperaturas uniformes, pero diferentes, de T_i y T_o , como se muestra en la figura 9-27. Los diámetros de los cilindros son D_i y D_o , respectivamente, y la longitud característica es el espaciado entre los dos, $L_c = (D_o - D_i)/2$. La razón entre la transferencia de calor a través del espacio anular entre ellos y la unidad de convección natural se expresa como

$$\dot{Q} = \frac{2\pi k_{\text{ef}}}{\ln(D_o/D_i)} (T_i - T_o) \quad (\text{W/m}) \quad (9-56)$$

La relación recomendada para la conductividad térmica efectiva es [Raithby y Hollands (1975)]

$$\frac{k_{\text{ef}}}{k} = 0.386 \left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}} \right)^{1/4} (F_{\text{cil}} \text{Ra}_L)^{1/4} \quad (9-57)$$

en donde el factor geométrico para los cilindros concéntricos, F_{cil} , es

$$F_{\text{cil}} = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_c^3 (D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5} \quad (9-58)$$

La relación de k_{ef} en la ecuación 9-57 es aplicable para $\leq \text{Pr} \leq 6000$ y $10^2 \leq F_{\text{cil}} \text{Ra}_L \leq 10^7$. Para $F_{\text{cil}} \text{Ra}_L < 100$, las corrientes por convección natural son despreciables y por consiguiente, $k_{\text{ef}} = k$. Note que k_{ef} no puede ser menor que k y por eso debemos hacer $k_{\text{ef}} = k$ si $k_{\text{ef}}/k < 1$. Las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio $(T_i + T_o)/2$.

Esferas concéntricas

Para las esferas concéntricas isotérmicas la razón de la transferencia de calor a través de la brecha entre ellas por convección natural se expresa como (figura 9-28)

$$\dot{Q} = k_{\text{ef}} \pi \left(\frac{D_i D_o}{L_c} \right) (T_i - T_o) \quad (\text{W}) \quad (9-59)$$

en donde $L_c = (D_o - D_i)/2$ es la longitud característica. La relación recomendada para la conductividad térmica efectiva es [Raithby y Hollands (1975)]

$$\frac{k_{\text{ef}}}{k} = 0.74 \left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}} \right)^{1/4} (F_{\text{esf}} \text{Ra}_L)^{1/4} \quad (9-60)$$

en donde el factor geométrico para las esferas concéntricas, F_{esf} , es

$$F_{\text{esf}} = \frac{L_c}{(D_i D_o)^4 (D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5} \quad (9-61)$$

La relación de k_{ef} de la ecuación 9-60 es aplicable para $0.70 \leq \text{Pr} \leq 4200$ y $10^2 \leq F_{\text{esf}} \text{Ra}_L \leq 10^4$. Si $k_{\text{ef}}/k < 1$, debemos de hacer $k_{\text{ef}} = k$.

Convección natural y radiación combinadas

Los gases son casi transparentes para la radiación y, como consecuencia, la transferencia a través de una capa de gas es por convección (o conducción, si el gas está inmóvil) y radiación simultáneas. Típicamente los coeficientes de transferencia de calor por convección natural son muy bajos en comparación con los correspondientes a la convección forzada. Por lo tanto, en los problemas de convección forzada suele descartarse la radiación, pero debe considerarse en los problemas de convección natural en donde interviene un gas. En especial, este es el caso para las superficies con emisividades elevadas. Por ejemplo, cerca de la mitad de la transferencia de calor a través del espacio de aire de una ventana de hoja doble es por radiación. La razón total de la transferencia de calor se determina sumando las componentes por convección y por radiación,

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} \quad (9-62)$$

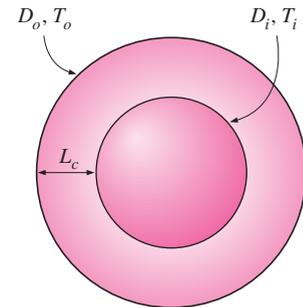


FIGURA 9-28
Dos esferas concéntricas isotérmicas.

La transferencia de calor por radiación desde una superficie a la temperatura T_s rodeada por superficies a una temperatura T_{alred} (ambas en la unidad K de temperatura absoluta) se determina a partir de

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon \sigma A_s (T_s^4 - T_{\text{alred}}^4) \quad (\text{W}) \quad (9-63)$$

en donde ε es la emisividad de la superficie, A_s es el área superficial y $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ es la constante de Stefan-Boltzmann.

Cuando los efectos en los extremos son despreciables, la transferencia de calor por radiación entre dos placas paralelas grandes que se encuentran a las temperaturas absolutas T_1 y T_2 se expresa como (para obtener más detalles, véase el capítulo 13)

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \frac{\sigma A_s (T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \varepsilon_{\text{efectiva}} \sigma A_s (T_1^4 - T_2^4) \quad (\text{W}) \quad (9-64)$$

en donde ε_1 y ε_2 son las emisividades de las placas y $\varepsilon_{\text{efectiva}}$ es la *emisividad efectiva* definida como

$$\varepsilon_{\text{efectiva}} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} \quad (9-65)$$

Por ejemplo, la emisividad de la superficie de un vidrio común es 0.84. Por lo tanto, la emisividad efectiva de dos superficies paralelas de vidrio que se encuentran una frente a la otra es 0.72. En el capítulo 13 se discutirá la transferencia de calor por radiación entre cilindros y esferas concéntricos.

Note que en algunos casos la temperatura del medio circundante puede estar por debajo de la temperatura superficial ($T_{\infty} < T_s$), en tanto que la temperatura de las superficies circundantes está por encima de esa temperatura superficial ($T_{\text{alred}} > T_s$). En esos casos, las transferencias de calor por convección y por radiación se restan una de la otra, en lugar de sumarse, ya que se realizan en direcciones opuestas. Asimismo, para una superficie metálica, el efecto de la radiación se puede reducir hasta niveles despreciables puliendo dicha superficie y, de este modo, disminuyendo su emisividad hasta un valor cercano a cero.

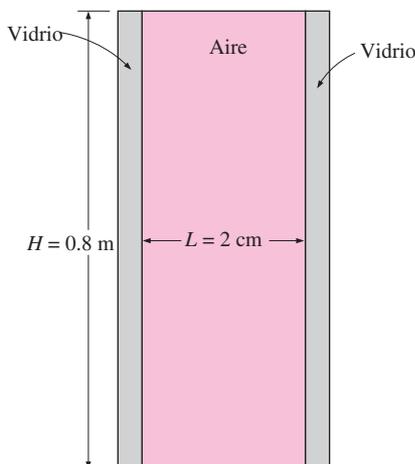


FIGURA 9-29
Esquema para el ejemplo 9-4.

EJEMPLO 9-4 Pérdida de calor a través de una ventana de hoja doble

La ventana vertical de hoja doble, de 0.8 m de alto y 2 m de ancho, mostrada en la figura 9-29 consta de dos láminas de vidrio separadas por una brecha de aire de 2 cm que se encuentra a la presión atmosférica. Si se mide que las temperaturas superficiales a uno y otro lado de la brecha son de 12°C y 2°C, determine la razón de la transferencia de calor a través de la ventana.

SOLUCIÓN Dos vidrios de una ventana de hoja doble se mantienen a temperaturas especificadas. Se debe determinar la razón de la transferencia de calor a través de la ventana.

Suposiciones 1 Existen condiciones estacionarias de operación. 2 El aire es un gas ideal. 3 No se considera la transferencia de calor por radiación.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura promedio de $T_{\text{prom}} = (T_1 + T_2)/2 = (12 + 2)/2 = 7^\circ\text{C}$ y a la presión de 1 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02416 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad \text{Pr} = 0.7344$$

$$\nu = 1.400 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \quad \beta = \frac{1}{T_{\text{prom}}} = \frac{1}{280 \text{ K}}$$

Análisis Tenemos un recinto cerrado rectangular lleno con aire. En este caso, la longitud característica es la distancia entre los dos vidrios, $L = 0.02 \text{ m}$. Entonces el número de Rayleigh queda

$$\begin{aligned} \text{Ra}_L &= \frac{g\beta(T_1 - T_2)L^3}{\nu^2} \\ &= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)[1/(280 \text{ K})](12 - 2 \text{ K})(0.02 \text{ m})^3}{(1.400 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2} (0.7344) = 1.050 \times 10^4 \end{aligned}$$

La proporción dimensional de la configuración geométrica es $H/L = 0.8/0.02 = 40$. Entonces, en este caso, con base en la ecuación 9-54, se puede determinar el número de Nusselt

$$\begin{aligned} \text{Nu} &= 0.42\text{Ra}_L^{1/4} \text{Pr}^{0.012} \left(\frac{H}{L}\right)^{-0.3} \\ &= 0.42(1.050 \times 10^4)^{1/4} (0.7344)^{0.012} \left(\frac{0.8}{0.02}\right)^{-0.3} = 1.40 \end{aligned}$$

Entonces,

$$A_s = H \times W = (0.8 \text{ m})(2 \text{ m}) = 1.6 \text{ m}^2$$

y

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= hA_s(T_1 - T_2) = k\text{Nu}A_s \frac{T_1 - T_2}{L} \\ &= (0.02416 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C})(1.40)(1.6 \text{ m}^2) \frac{(12 - 2)^\circ\text{C}}{0.02 \text{ m}} = \mathbf{27.1 \text{ W}} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el calor se perderá a través de la ventana a razón de 27.1 W

Discusión Recuerde que para un recinto cerrado un número de Nusselt de $\text{Nu} = 1$ corresponde a transferencia de calor por conducción pura a través de él. En este caso, el aire en el interior del recinto permanece inmóvil y no se tienen corrientes de convección natural. En nuestro caso, el número de Nusselt es 1.40, lo cual indica que la transferencia de calor a través del recinto es 1.40 veces el debido a conducción pura. El aumento en la transferencia de calor se debe a las corrientes de convección natural que se desarrollan en ese recinto.

EJEMPLO 9-5 Transferencia de calor a través de un recinto cerrado esférico

Las dos esferas concéntricas de diámetros $D_i = 20 \text{ cm}$ y $D_o = 30 \text{ cm}$, mostradas en la figura 9-30, están separadas por aire a una presión de 1 atm. Las temperaturas superficiales de las dos esferas que encierran el aire son $T_i = 320 \text{ K}$ y $T_o = 280 \text{ K}$, respectivamente. Determine la razón de la transferencia de calor desde la esfera interior hacia la exterior por convección natural.

SOLUCIÓN Dos superficies de un recinto cerrado esférico se mantienen a temperaturas especificadas. Debe determinarse la razón de la transferencia de calor a través de ese recinto.

Suposiciones 1 Existen condiciones estacionarias de operación. 2 El aire es un gas ideal. 3 No se considera la transferencia de calor por radiación.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura promedio de $T_{\text{prom}} = (T_i + T_o)/2 = (320 + 280)/2 = 300 \text{ K} = 27^\circ\text{C}$ y a la presión de 1 atm son (tabla A-15)

$$\begin{aligned} k &= 0.02566 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} & \text{Pr} &= 0.7290 \\ \nu &= 1.580 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} & \beta &= \frac{1}{T_{\text{prom}}} = \frac{1}{300 \text{ K}} \end{aligned}$$

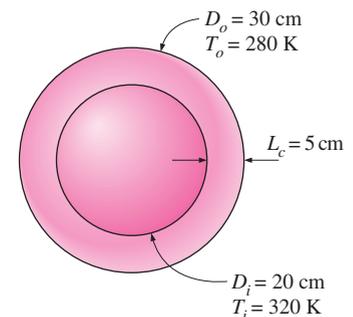


FIGURA 9-30

Esquema para el ejemplo 9-5.

Análisis Tenemos un recinto cerrado esférico lleno con aire. En este caso, la longitud característica es la distancia entre las dos esferas,

$$L_c = (D_o - D_i)/2 = (0.3 - 0.2)/2 = 0.05 \text{ m}$$

El número de Rayleigh es

$$\begin{aligned} \text{Ra}_L &= \frac{g\beta(T_i - T_o)L^3}{\nu^2} \text{Pr} \\ &= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)[1/(300 \text{ K})](320 - 280 \text{ K})(0.05 \text{ m})^3}{(1.58 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2} (0.729) = 4.776 \times 10^5 \end{aligned}$$

La conductividad térmica efectiva es

$$\begin{aligned} F_{\text{esf}} &= \frac{L_c}{(D_i D_o)^4 (D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5} \\ &= \frac{0.05 \text{ m}}{[(0.2 \text{ m})(0.3 \text{ m})]^4 [(0.2 \text{ m})^{-7/5} + (0.3 \text{ m})^{-7/5}]^5} = 0.005229 \\ k_{\text{ef}} &= 0.74k \left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}} \right)^{1/4} (F_{\text{esf}} \text{Ra}_L)^{1/4} \\ &= 0.74(0.02566 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}) \left(\frac{0.729}{0.861 + 0.729} \right) (0.005229 \times 4.775 \times 10^5)^{1/4} \\ &= 0.1105 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Entonces la razón de la transferencia de calor entre las dos esferas queda

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= k_{\text{ef}} \pi \left(\frac{D_i D_o}{L_c} \right) (T_i - T_o) \\ &= (0.1105 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}) \pi \left(\frac{(0.2 \text{ m})(0.3 \text{ m})}{0.05 \text{ m}} \right) (320 - 280) \text{ K} = \mathbf{16.7 \text{ W}} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el calor se perderá de la esfera interior hacia la exterior a razón de 16.7 W.

Discusión Note que el aire en el recinto cerrado esférico actuará como un fluido estacionario cuya conductividad térmica es $k_{\text{ef}}/k = 0.1105/0.02566 = 4.3$ veces la del aire, como resultado de las corrientes de convección natural. Asimismo, la transferencia de calor por radiación entre las esferas suele ser muy significativa y debe considerarse en un análisis completo.

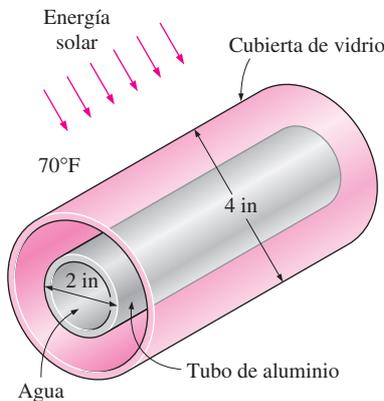


FIGURA 9-31

Esquema para el ejemplo 9-6.

EJEMPLO 9-6 Calentamiento de agua en un tubo por energía solar

Un colector solar consta de un tubo horizontal de aluminio que tiene un diámetro exterior de 2 in, encerrado en un tubo concéntrico de vidrio delgado de 4 in de diámetro (figura 9-31). El agua se calienta conforme fluye por el tubo, y el espacio anular entre los tubos de aluminio y de vidrio está lleno con aire a la presión de 1 atm. Durante un día claro, la bomba que hace circular el agua falla y la temperatura de esta última que se encuentra en el tubo se empieza a elevar. El tubo de aluminio absorbe la radiación solar a razón de 30 Btu/h por pie de longitud y la temperatura del aire ambiente en el exterior es de 70°F. Descartando cualquier pérdida de calor por radiación, determine la temperatura en el tubo de aluminio cuando se establece la operación estacionaria (es decir, cuando la razón de la pérdida de calor del tubo es igual a la cantidad de energía solar ganada por el mismo).

SOLUCIÓN Falla la bomba de circulación de un colector solar que consta de un tubo horizontal y su cubierta de vidrio. Se debe determinar la temperatura de equilibrio del tubo.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El tubo y su cubierta son isotérmicos. **3** El aire es un gas ideal. **4** La pérdida de calor por radiación es despreciable.

Propiedades Las propiedades del aire deben evaluarse a la temperatura promedio. Pero no conocemos la temperatura de salida del aire en el ducto y, como consecuencia, en este momento no podemos determinar las temperaturas de la masa de fluido y de la cubierta de vidrio y, por ende, no podemos evaluar la temperatura promedio. Por lo tanto, suponemos que la temperatura del vidrio es de 110°F y usaremos las propiedades en una temperatura promedio anticipada de $(70 + 110)/2 = 90^\circ\text{F}$ (tabla A-151),

$$k = 0.01505 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F} \quad \text{Pr} = 0.7275$$

$$\nu = 0.6310 \text{ ft}^2/\text{h} = 1.753 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s} \quad \beta = \frac{1}{T_{\text{prom}}} = \frac{1}{550 \text{ K}}$$

Análisis Tenemos un recinto cerrado cilíndrico horizontal lleno con aire a la presión de 1 atm. El problema comprende la transferencia de calor del tubo de aluminio a la cubierta de vidrio y de la superficie exterior de esta última hacia el aire ambiente circundante. Cuando se alcance la operación estacionaria, estas dos razones de transferencia de calor deben ser iguales a la razón de ganancia de calor; es decir,

$$\dot{Q}_{\text{tubo-vidrio}} = \dot{Q}_{\text{vidrio-ambiente}} = \dot{Q}_{\text{ganancia solar}} = 30 \text{ Btu/h} \quad (\text{por pie de tubo})$$

El área superficial para la transferencia de calor de la cubierta de vidrio es

$$A_o = A_{\text{vidrio}} = (\pi D_o L) = \pi(4/12 \text{ ft})(1 \text{ ft}) = 1.047 \text{ ft}^2 \quad (\text{por pie de tubo})$$

Para determinar el número de Rayleigh, necesitamos conocer la temperatura superficial del vidrio, de la cual no se dispone. Por lo tanto, resulta evidente que la resolución requerirá un procedimiento por tanteos. Suponiendo que la temperatura de la cubierta de vidrio sea de 100°F, se determina que el número de Rayleigh, el número de Nusselt, el coeficiente de transferencia de calor por convección y la razón de la transferencia de calor por convección natural de la cubierta de vidrio hacia el aire ambiente son

$$\text{Ra}_{D_o} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D_o^3}{\nu^2} \text{Pr}$$

$$= \frac{(32.2 \text{ ft/s}^2)[1/(550 \text{ R})](110 - 70 \text{ R})(4/12 \text{ ft})^3}{(1.753 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s})^2} (0.7275) = 2.054 \times 10^6$$

$$\text{Nu} = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 \text{ Ra}_{D_o}^{1/6}}{[1 + (0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = \left\{ 0.6 + \frac{0.387(2.054 \times 10^6)^{1/6}}{[1 + (0.559/0.7275)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$$

$$= 17.89$$

$$h_o = \frac{k}{D_o} \text{Nu} = \frac{0.01505 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}{4/12 \text{ ft}} (17.89) = 0.8077 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$$

$$\dot{Q}_o = h_o A_o (T_o - T_\infty) = (0.8077 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})(1.047 \text{ ft}^2)(110 - 70)^\circ\text{F}$$

$$= 33.8 \text{ Btu/h}$$

la cual es más de 30 Btu/h. Por lo tanto, la temperatura supuesta de 110°F para la cubierta de vidrio es alta. Repitiendo los cálculos con temperaturas más

bajas, se determina que la temperatura de esa cubierta correspondiente a 30 Btu/h es de 106°F.

La temperatura del tubo de aluminio se determina de manera semejante, usando las relaciones de convección natural para dos cilindros concéntricos horizontales. En este caso, la longitud característica es la distancia entre los dos cilindros, la cual es

$$L_c = (D_o - D_i)/2 = (4 - 2)/2 = 1 \text{ in} = 1/12 \text{ ft}$$

Empezamos los cálculos suponiendo que la temperatura del tubo es de 200°F y, por tanto, una temperatura promedio de $(106 + 200)/2 = 153^\circ\text{F} = 613 \text{ R}$. Esto da

$$\begin{aligned} \text{Ra}_L &= \frac{g\beta(T_i - T_o)L_c^3}{\nu^2} \text{Pr} \\ &= \frac{(32.2 \text{ ft/s}^2)[1/613 \text{ R}](200 - 106 \text{ R})(1/12 \text{ ft})^3}{(2.117 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s})^2} (0.7184) = 4.580 \times 10^4 \end{aligned}$$

La conductividad térmica efectiva es

$$\begin{aligned} F_{\text{cil}} &= \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_c^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5} \\ &= \frac{[\ln(4/2)]^4}{(1/12 \text{ ft})^3[(2/12 \text{ ft})^{-3/5} + (4/12 \text{ ft})^{-3/5}]^5} = 0.1466 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{\text{ef}} &= 0.386k \left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}} \right)^{1/4} (F_{\text{cil}} \text{Ra}_L)^{1/4} \\ &= 0.386(0.01653 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}) \left(\frac{0.7184}{0.861 + 0.7184} \right) (0.1466 \times 4.580 \times 10^4)^{1/4} \\ &= 0.04743 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F} \end{aligned}$$

Entonces, la razón de la transferencia de calor entre los cilindros queda

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \frac{2\pi k_{\text{ef}}}{\ln(D_o/D_i)} (T_i - T_o) \\ &= \frac{2\pi(0.04743 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F})}{\ln(4/2)} (200 - 106)^\circ\text{F} = 40.4 \text{ Btu/h} \end{aligned}$$

lo cual es más que 30 Btu/h. Por lo tanto, la temperatura supuesta de 200°F para el tubo es alta. Probando otros valores se determina que la temperatura correspondiente a 30 Btu/h es de **180°F**. Por lo tanto, el tubo alcanzará una temperatura de equilibrio de 180°F cuando falla la bomba.

Discusión Note que en los cálculos no hemos considerado la pérdida de calor por radiación, por consiguiente, es probable que la temperatura del tubo antes determinada sea demasiado alta. En el capítulo 13 se considerará una vez más este problema, tomando en cuenta la transferencia de calor por radiación.

9-6 ■ CONVECCIÓN NATURAL Y FORZADA COMBINADAS

La presencia de un gradiente de temperatura en un fluido, en un campo de gravedad, siempre da lugar a corrientes de convección natural y, como consecuencia, a transferencia de calor por convección natural. Por lo tanto, la convección forzada siempre viene acompañada por convección natural.

Mencionamos con anterioridad que el coeficiente de transferencia de calor por convección, natural o forzada, es fuerte función de la velocidad del fluido. Típicamente, los coeficientes de transferencia de calor en la convección forzada son mucho más altos que los que se encuentran en la convección natural, debido a las velocidades más altas del fluido asociadas con la primera. Como resultado, tendemos a ignorar la convección natural en los análisis de transferencia de calor en los que interviene la convección forzada, aunque reconocemos que siempre está presente. El error que se comete al ignorar la convección natural es despreciable a altas velocidades, pero puede ser considerable a velocidades bajas. Por lo tanto, resulta conveniente contar con un criterio para valorar la magnitud de la convección natural en presencia de la forzada.

Para un fluido dado, se observa que el parámetro Gr/Re^2 representa la importancia de la convección natural en relación con la forzada. Esto no es sorprendente, dado que el coeficiente de transferencia de calor por convección es una fuerte función del número de Reynolds Re en la convección forzada y del de Grashof Gr en la convección natural.

En la figura 9-32 se da una gráfica del coeficiente de transferencia de calor, hecho adimensional, para la convección natural y forzada combinadas sobre una placa vertical, para fluidos diferentes. Con base en esta figura notamos que la convección natural es despreciable cuando $Gr/Re^2 < 0.1$, la forzada es despreciable cuando $Gr/Re^2 > 10$ y ninguna de las dos lo es cuando $0.1 < Gr/Re^2 < 10$. Por lo tanto, deben considerarse tanto la convección natural como la forzada en los cálculos de la transferencia de calor cuando el Gr y Re^2 tienen el mismo orden de magnitud (uno de ellos es menos de 10 veces el otro). Note que la convección forzada es pequeña en relación con la natural sólo en el caso raro de velocidades extremadamente bajas del flujo forzado.

La convección natural puede *ayudar* o *perjudicar* a la transferencia de calor por convección forzada, dependiendo de las direcciones relativas de los movimientos *inducido por la flotación* y la *convección forzada* (figura 9-33):

1. En el *flujo de apoyo* el movimiento de flotación tiene la *misma* dirección que el movimiento forzado. Por lo tanto, la convección natural apoya a la forzada y *mejora* la transferencia de calor. Un ejemplo es el flujo forzado hacia arriba sobre una superficie caliente.

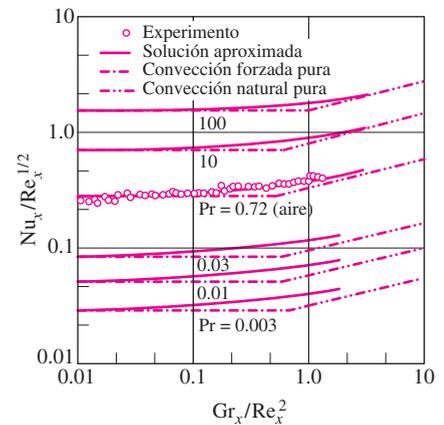


FIGURA 9-32

Variación del número local de Nusselt, Nu_x , para convección natural y forzada combinadas desde una placa vertical isotérmica caliente. (Tomado de Lloyd y Sparrow, 1970.)

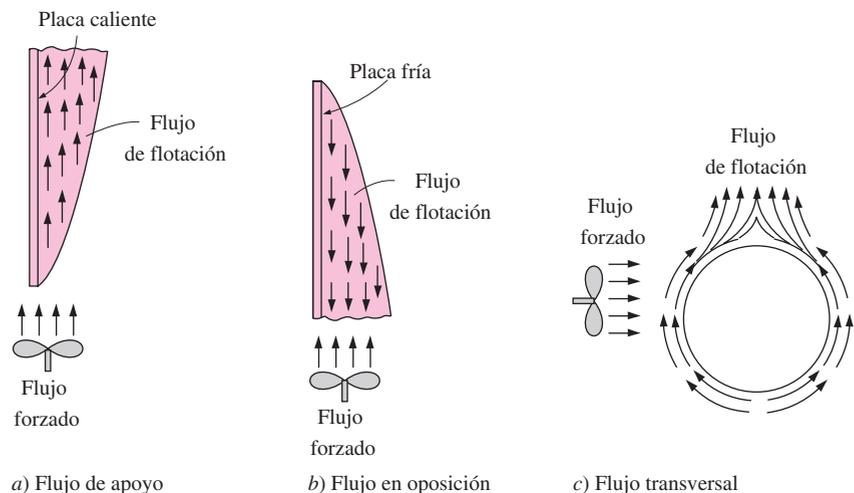


FIGURA 9-33

La convección natural puede *mejorar* o *inhibir* la transferencia de calor, dependiendo de las direcciones relativas del *movimiento inducido por la flotación* y el *movimiento de convección forzada*.

2. En el *flujo en oposición* la dirección del movimiento de flotación es *opuesta* a la del movimiento forzado. Por lo tanto, la convección natural opone resistencia a la forzada y *hace disminuir* la transferencia de calor. Un ejemplo es el flujo forzado hacia arriba sobre una superficie fría.
3. En el *flujo transversal* el movimiento de flotación es *perpendicular* al movimiento forzado. El flujo transversal mejora el mezclado del fluido y, de este modo, la transferencia de calor. Un ejemplo es el flujo forzado horizontal sobre un cilindro o una esfera fríos o calientes.

Cuando se determina la transferencia de calor en condiciones de convección forzada y natural combinadas, resulta tentador sumar las contribuciones de la convección natural y de la forzada en los flujos de apoyo y restarlas en los flujos en oposición. Sin embargo, la evidencia indica algo diferente. Una revisión de los datos experimentales sugiere una correlación de la forma

$$\text{Nu}_{\text{combinadas}} = (\text{Nu}_{\text{forzada}}^n \pm \text{Nu}_{\text{natural}}^n)^{1/n} \quad (9-41)$$

en donde $\text{Nu}_{\text{forzada}}$ y $\text{Nu}_{\text{natural}}$ se determinan basándose en las correlaciones para la *convección forzada pura* y la *natural pura*, respectivamente. El signo de más es para los flujos *de apoyo* y *transversal* y el de menos para los flujos *en oposición*. El valor del exponente n varía entre 3 y 4, dependiendo de la configuración geométrica que intervenga. Se observa que $n = 3$ correlaciona bien los datos experimentales para superficies verticales. Los valores más grandes de n resultan más apropiados para las superficies horizontales.

Una pregunta que surge con frecuencia en el enfriamiento de equipo generador de calor, como los componentes electrónicos, es si se debe usar un ventilador (o una bomba, si el medio de enfriamiento es un líquido) —es decir, si debe utilizarse la convección *natural* o la *forzada* en el enfriamiento del equipo—. La respuesta depende de la temperatura máxima admisible de operación. Recuerde que la velocidad de la transferencia de calor por convección desde una superficie que se encuentra a una temperatura T_s en un medio a una temperatura T_∞ se expresa por

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

en donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección y A_s es el área superficial. Note que para un valor fijo de disipación de potencia y de área superficial, h y T_s son *inversamente proporcionales*. Por lo tanto, el dispositivo opera a una temperatura *más alta* cuando h es bajo (típico de la convección natural) y a una *más baja* cuando h es alto (típico de la convección forzada).

La convección natural es el modo preferido de transferencia de calor ya que no se necesitan sopladores o bombas y, como consecuencia, se evitan todos los problemas relacionados con estos, como son ruido, vibración, consumo de energía eléctrica y mal funcionamiento. La convección natural es adecuada para enfriar dispositivos con *salida baja de potencia*, en especial cuando están sujetos a superficies extendidas como los sumideros de calor. Sin embargo, para los dispositivos con *salida alta de potencia* no contamos con otra posibilidad que la de usar un soplador o una bomba para mantener la temperatura de operación por debajo del nivel máximo admisible. Para los dispositivos con *salida muy alta de potencia*, incluso la convección forzada puede no ser suficiente para conservar la temperatura superficial en los niveles deseados. En esos casos, puede ser que tengamos que usar la *ebullición* y la *condensación* para tomar ventaja de los muy altos coeficientes de transferencia de calor asociados con los procesos de cambio de fase.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Transferencia de calor a través de ventanas

Las ventanas son *aberturas con vidrios* en las paredes exteriores de un edificio que típicamente constan de un *encristalado* (vidrio o plástico) sencillo o múltiple, *marcos* y *persianas*. En las paredes exteriores de un edificio las ventanas ofrecen la *menor resistencia* al flujo del calor. En una casa típica cerca de *un tercio* de la pérdida total de calor en invierno ocurre a través de las ventanas. Asimismo, la mayor parte de la infiltración de aire ocurre en los bordes de ellas. La ganancia de calor solar a través de las ventanas es la responsable de gran parte de la carga de enfriamiento en el verano. El efecto neto de una ventana sobre el balance de calor de un edificio depende de sus características y orientación así como de la radiación solar y del estado del clima. La mano de obra es muy importante en la construcción e instalación de las ventanas para proporcionar un sellado eficaz alrededor de los bordes, permitiendo al mismo tiempo que se cierren y abran con facilidad.

A pesar de ser tan indeseables desde un punto de vista de conservación de la energía, las ventanas son una parte esencial de cualesquiera paredes exteriores de un edificio, ya que mejoran la apariencia del mismo, permiten que entren la *luz del día* y el *calor solar* y dan oportunidad a la gente de ver y observar el exterior sin salir de su hogar. Para los edificios de poca altura, las ventanas también proporcionan zonas de fácil salida durante las emergencias, como en el caso de incendio. Consideraciones importantes en la selección de las ventanas son la *comodidad térmica* y la *conservación de la energía*. Una ventana debe tener una buena transmisión de la luz proporcionando al mismo tiempo resistencia eficaz a la transferencia del calor. Se pueden minimizar las necesidades de alumbrado de un edificio mejorando el uso de la luz natural diurna. Se puede minimizar la pérdida de calor en el invierno a través de las ventanas usando ventanas de hoja doble o triple herméticas al aire, con películas o recubrimientos selectivos desde el punto de vista espectral y permitiendo la entrada de tanta radiación solar como sea posible. La ganancia de calor y, por consiguiente, la carga de enfriamiento en el verano se pueden minimizar usando persianas internas o externas eficaces sobre las ventanas.

Incluso sin la presencia de la radiación solar y de la infiltración de aire, la transferencia de calor a través de las ventanas es más complicada de lo que parece. Esto se debe a que la estructura y propiedades del marco son bastante diferentes a las del *encristalado*. Como resultado, la transferencia de calor a través del marco y de la sección del borde del *encristalado* adyacente al propio marco es bidimensional. Por lo tanto, al analizar la transferencia de calor a través de la ventana, se acostumbra considerarla en tres regiones: 1) el *centro del vidrio*, 2) el *borde del vidrio* y 3) el *marco*, como se muestra en la figura 9-34. Entonces, la razón total de la transferencia de calor a través de la ventana se determina sumando la transferencia de calor a través de cada región como

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{ventana}} &= \dot{Q}_{\text{centro}} + \dot{Q}_{\text{borde}} + \dot{Q}_{\text{marco}} \\ &= U_{\text{ventana}} A_{\text{ventana}} (T_{\text{interior}} - T_{\text{exterior}})\end{aligned}\quad (9-67)$$

en donde

$$U_{\text{ventana}} = (U_{\text{centro}} A_{\text{centro}} + U_{\text{borde}} A_{\text{borde}} + U_{\text{marco}} A_{\text{marco}}) / A_{\text{ventana}} \quad (9-68)$$

es el **factor U o coeficiente total de transferencia de calor** de la ventana; A_{ventana} es el área de esta última; A_{centro} , A_{borde} y A_{marco} son las áreas de las

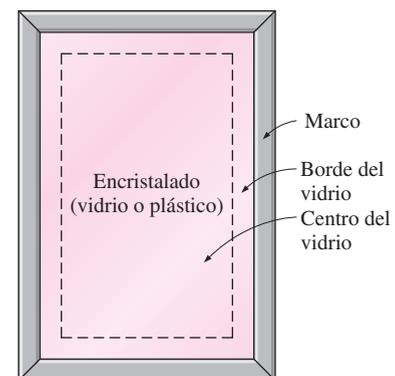


FIGURA 9-34

Las tres regiones de una ventana consideradas en el análisis de la transferencia de calor.

*Esta sección se puede pasar por alto sin pérdida de continuidad.

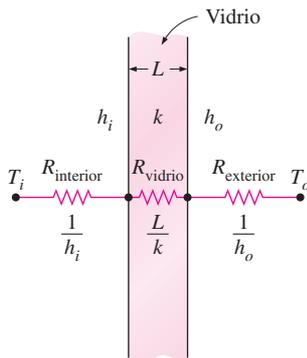


FIGURA 9-35

Red de resistencias térmicas para la transferencia de calor a través de un vidrio sencillo.

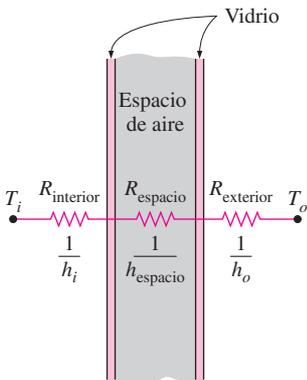


FIGURA 9-36

Red de resistencias térmicas para la transferencia de calor a través de la sección del centro de una ventana de hoja doble (se desprecian las resistencias de los vidrios).

secciones del centro, del borde y del marco de la misma, respectivamente, y U_{centro} , U_{borde} y U_{marco} son los coeficientes de transferencia de calor de esas secciones, respectivamente. Note que $A_{\text{ventana}} = A_{\text{centro}} + A_{\text{borde}} + A_{\text{marco}}$ y que el factor U de la ventana se determina a partir de los factores U , ponderados con respecto al área, de cada región de ella. Asimismo, el inverso del factor U es el valor R , que es la resistencia térmica unitaria de la ventana (resistencia térmica por unidad de área).

Considere la transferencia de calor unidimensional en estado estacionario a través de un vidrio de una sola hoja de espesor L y conductividad térmica k . La red de resistencias térmicas de este problema consta de resistencias superficiales sobre las superficies interior y exterior y la resistencia a la conducción del vidrio en serie, como se muestra en la figura 9-35. La resistencia total sobre un área unitaria se puede expresar como

$$R_{\text{total}} = R_{\text{interior}} + R_{\text{vidrio}} + R_{\text{exterior}} = \frac{1}{h_i} + \frac{L_{\text{vidrio}}}{k_{\text{vidrio}}} + \frac{1}{h_o} \quad (9-69)$$

Usando los valores comunes de 3 mm para el espesor y de $0.92 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ para la conductividad térmica del vidrio, así como los valores de diseño de invierno de 8.29 y $34.0 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ para los coeficientes de transferencia de calor sobre las superficies interior y exterior, se determina que la resistencia térmica del vidrio es

$$\begin{aligned} R_{\text{total}} &= \frac{1}{8.29 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} + \frac{0.003 \text{ m}}{0.92 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}} + \frac{1}{34.0 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \\ &= 0.121 + 0.003 + 0.029 = 0.153 \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C/W} \end{aligned}$$

Note que la razón entre la resistencia del vidrio y la resistencia total es

$$\frac{R_{\text{vidrio}}}{R_{\text{total}}} = \frac{0.003 \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C/W}}{0.153 \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C/W}} = 2.0\%$$

Es decir, la capa de vidrio contribuye con cerca de 2% de la resistencia térmica total de la ventana, la cual es despreciable. La situación no sería muy diferente si usáramos acrílico, cuya conductividad térmica es de $0.19 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$, en lugar del vidrio. Por lo tanto, no podemos reducir con eficacia la transferencia de calor a través de la ventana aumentando sencillamente el espesor del vidrio. Pero podemos reducirla atrapando aire en reposo entre dos capas de vidrio. El resultado es una **ventana de hoja doble**, la cual se ha convertido en la norma en la construcción de ventanas.

La conductividad térmica del aire a la temperatura ambiente es $k_{\text{aire}} = 0.025 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$, la cual es un treintavo de la del vidrio. Por lo tanto, la resistencia térmica de una capa de aire en reposo de 1 cm de espesor es equivalente a la resistencia térmica de una capa de vidrio de 30 cm de espesor. Descartando las resistencias térmicas de las capas de vidrio, la resistencia térmica y el factor U de una ventana de hoja doble se pueden expresar como (figura 9-36)

$$\frac{1}{U_{\text{hoja doble (región central)}}} \cong \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{\text{espacio}}} + \frac{1}{h_o} \quad (9-70)$$

en donde $h_{\text{espacio}} = h_{\text{rad, espacio}} + h_{\text{conv, espacio}}$ es el coeficiente combinado de transferencia de calor por radiación y convección del espacio atrapado entre las dos capas de vidrio.

Hablando en términos generales, la mitad de la transferencia de calor a través del espacio de aire de una ventana de hoja doble es por radiación y la otra mitad es por conducción (o convección, si existe algún movimiento del aire. Por lo tanto, se tienen dos maneras para minimizar h_{espacio} y, de

te modo, la razón de la transferencia de calor a través de una ventana de hoja doble:

1. *Minimizar la transferencia de calor por radiación a través del espacio de aire.* Esto se puede realizar mediante la reducción de la emisividad de las superficies del vidrio recubriéndolas con un material de baja emisividad. Recuerde que la *emisividad efectiva* de dos placas paralelas de emisividades ϵ_1 y ϵ_2 se expresa por

$$\epsilon_{\text{efectiva}} = \frac{1}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1} \quad (9-71)$$

La emisividad de la superficie de un vidrio común es 0.84. Por lo tanto, la emisividad efectiva de dos superficies paralelas de vidrio que están una frente a la otra es 0.72. Pero cuando las superficies del vidrio se recubren con una película que tiene una emisividad de 0.1, su emisividad se reduce hasta 0.05, lo cual es la décima cuarta parte de 0.72. Entonces, para las mismas temperaturas superficiales la transferencia de calor por radiación también disminuirá en un factor de 14. Incluso si sólo se recubre una de las superficies la emisividad total se reduce hasta 0.1, que es la emisividad del recubrimiento. Por consiguiente, no es sorprendente que alrededor de la cuarta parte de todas las ventanas vendidas para residencias tengan un recubrimiento de baja emisividad. En la tabla 9-3 se da el coeficiente de transferencia de calor h_{espacio} para el espacio de aire atrapado entre las capas paralelas verticales de vidrio para espacios de aire de 13 mm ($\frac{1}{2}$ in) y 6 mm ($\frac{1}{4}$ in) de espesor, para varias emisividades efectivas y diferencias de temperatura.

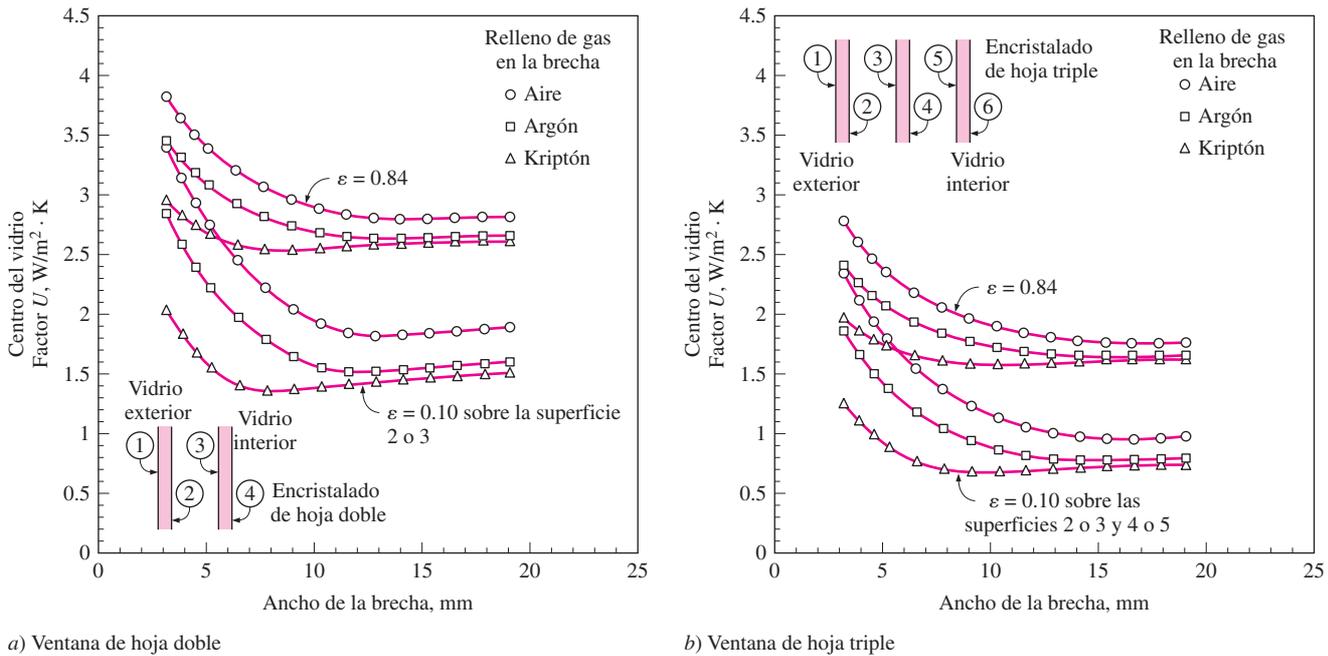
Se puede demostrar que recubrir sólo una de las superficies paralelas que están una frente a la otra por un material de emisividad ϵ reduce la emisividad efectiva hasta cerca del valor de ésta. Por lo tanto, suele ser más económico revestir sólo una de las superficies. Advierta, con base en la figura 9-37, que recubrir una de las superficies interiores de una ventana de hoja doble con un material de emisividad 0.1 reduce a la mitad la velocidad de la transferencia de calor a través de la sección central de la ventana.

TABLA 9-3

Coficiente de transferencia de calor, h_{espacio} , para el espacio de aire atrapado entre las dos capas paralelas verticales de vidrio, para espacios de aire de 13 mm y 6 mm de espesor (tomado de Building Materials and Structures, Report 151, U. S. Dept. of Commerce).

		a) Espesor del espacio de aire = 13 mm				b) Espesor del espacio de aire = 6 mm					
		$h_{\text{espacio}} \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}^*$				$h_{\text{espacio}} \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}^*$					
$T_{\text{prom}}, \text{°C}$	$\Delta T, \text{°C}$	$\epsilon_{\text{efectiva}}$				$T_{\text{prom}}, \text{°C}$	$\Delta T, \text{°C}$	$\epsilon_{\text{efectiva}}$			
		0.72	0.4	0.2	0.1	0.72	0.4	0.2	0.1		
0	5	5.3	3.8	2.9	2.4	0	5	7.2	5.7	4.8	4.3
0	15	5.3	3.8	2.9	2.4	0	50	7.2	5.7	4.8	4.3
0	30	5.5	4.0	3.1	2.6	10	5	7.7	6.0	5.0	4.5
10	5	5.7	4.1	3.0	2.5	10	50	7.7	6.1	5.0	4.5
10	15	5.7	4.1	3.1	2.5	30	5	8.8	6.8	5.5	4.9
10	30	6.0	4.3	3.3	2.7	30	50	8.8	6.8	5.5	4.9
30	5	5.7	4.6	3.4	2.7	50	5	10.0	7.5	6.0	5.2
30	15	5.7	4.7	3.4	2.8	50	50	10.0	7.5	6.0	5.2
30	30	6.0	4.9	3.6	3.0						

*Multiplíquese por 0.176 para convertir a Btu/h · ft² · °F.



a) Ventana de hoja doble

b) Ventana de hoja triple

FIGURA 9-37

Variación del factor U para la sección central de ventanas de hoja doble y triple con espaciamiento uniforme entre las hojas (tomado del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, Cap. 27, Fig. 1).

2. *Minimizar la transferencia de calor por conducción a través del espacio de aire.* Esto se puede hacer *incrementando* la distancia d entre los dos vidrios. Sin embargo, lo anterior no se puede llevar a cabo de manera indefinida, ya que incrementar el espaciamiento más allá de un valor crítico da lugar a corrientes de convección en el espacio de aire encerrado, con lo cual se incrementa el coeficiente de transferencia de calor y, de este modo, se frustra la finalidad. Además, incrementar el espaciamiento también aumenta el espesor del armazón necesario y el costo de la ventana. Los estudios experimentales han demostrado que cuando el espaciamiento d es menor que alrededor de 13 mm, no se tiene convección, y la transferencia de calor a través del aire es por conducción. Pero conforme se aumenta el espaciamiento, aparecen corrientes de convección en el espacio de aire y el aumento en el coeficiente de transferencia de calor anula cualquier beneficio obtenido por la capa más gruesa de aire. Como resultado, el coeficiente de transferencia de calor permanece casi constante, como se muestra en la figura 9-37. Por lo tanto, no tiene sentido usar un espacio de aire más grueso que 13 mm en una ventana de hoja doble, a menos que se use una capa delgada de poliéster para dividir dicho espacio en dos con el fin de suprimir las corrientes de convección. La película suministra un aislamiento adicional, sin agregar mucho al peso o al costo de la ventana de hoja doble. La resistencia térmica de la ventana se puede incrementar todavía más usando ventanas de hoja triple o cuádruple, siempre que resulte económico hacerlo. Note que el uso de una ventana de hoja triple, en lugar de una de hoja doble, reduce en alrededor de un tercio la razón de la transferencia de calor a través de la sección central de la misma.

Otra manera de reducir la transferencia de calor por conducción a través de una ventana de hoja doble es usar un *fluido menos conductor*, como el argón y el kriptón, en lugar de aire, para llenar la brecha entre los vidrios.

En este caso la brecha necesita estar bien sellada para impedir que el gas se fugue hacia el exterior. Por supuesto, otra alternativa es vaciar por completo la brecha entre los vidrios, pero no resulta práctico hacerlo.

Factor U del borde del vidrio de una ventana

En las ventanas de hoja doble y triple los vidrios se mantienen separados entre sí a una distancia uniforme por medio de **espaciadores** hechos de metales o aisladores como aluminio, fibra de vidrio, madera y butilo. Tiras espaciadoras continuas se colocan alrededor del perímetro del vidrio para proporcionarle un sello al borde así como un espaciamiento uniforme. Sin embargo, los espaciadores también sirven como “puentes térmicos” indeseables entre los vidrios, los cuales se encuentran a temperaturas diferentes y la formación de este cortocircuito puede incrementar en forma considerable la transferencia de calor a través de la ventana. La transferencia de calor en la región del borde de una ventana es bidimensional y las mediciones en laboratorio indican que los efectos de borde se limitan a una banda de 6.5 cm de ancho alrededor del perímetro del vidrio.

En la figura 9-38 se da el factor U para la región del borde de una ventana con relación al mismo factor para la región central de esta última. La curva sería una recta diagonal si los dos valores U fueran iguales entre sí. Note que este es casi el caso para los espaciadores aislantes como la madera y la fibra de vidrio. Pero, para los espaciadores conductores como los hechos de aluminio, el factor U para la región del borde puede ser el doble del correspondiente a la región central. Los valores para los espaciadores de acero caen entre las dos curvas correspondientes a los metálicos y los aislantes. El efecto de borde no es aplicable a las ventanas de una sola hoja.

Factor U del marco

El armazón de una ventana consta de la ventana completa, excepto el en-cristalado. La transferencia de calor a través del armazón es difícil de determinar debido a las distintas configuraciones de las ventanas, tamaños y construcciones diferentes y diversas combinaciones de los materiales usados en la construcción del marco. El tipo de en-cristalado —de una sola hoja, de hoja doble y de hoja triple— afecta el espesor del armazón y, por consiguiente, la transferencia de calor a través del marco. La mayor parte de los marcos están hechos de *madera*, *aluminio*, *vinilo* o *fibra de vidrio*. Sin embargo, también es común el uso de una combinación de estos materiales (como madera revestida de aluminio y aluminio revestido de vinilo) para mejorar la apariencia y la durabilidad.

El *aluminio* es un material popular para los armazones debido a que es barato, durable y fácil de trabajar y no se pudre ni absorbe agua como la madera. Sin embargo, desde el punto de vista de la transferencia de calor, es el material menos deseable para los armazones en virtud de su elevada conductividad térmica. No resultará sorprendente que el factor U de los marcos de aluminio sólido es el más alto y, como consecuencia, una ventana con armazón de aluminio perderá mucho más calor que una similar con armazón de madera o de vinilo. Se puede reducir la transferencia de calor a través de los miembros de aluminio para los armazones mediante el uso de insertos de plástico entre los componentes que sirvan como barreras térmicas. El espesor de estos insertos afecta mucho la transferencia de calor a través del marco. Para los marcos de aluminio sin las tiras de plástico la resistencia principal a la transferencia de calor se debe al coeficiente de transferencia de calor de la superficie interior. En la tabla 9-4 se dan los factores

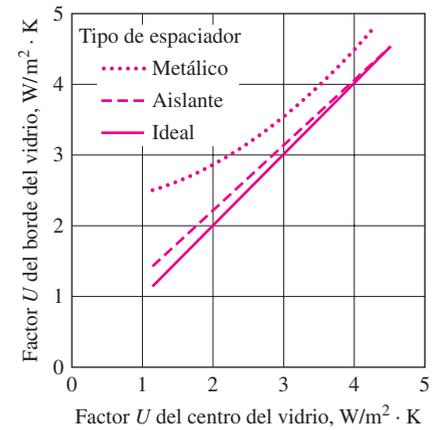


FIGURA 9-38

Factor U del borde del vidrio con relación al factor U del centro del vidrio para ventanas con varios espaciadores (tomado del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, Cap. 27, Fig. 2).

TABLA 9-4

Factores U representativos del marco para ventanas verticales fijas (tomado del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, Cap. 27, tabla 2)

Material del marco	Factor U , $W/m^2 \cdot ^\circ C^*$
Aluminio	
Encristalado de una sola hoja (3 mm)	10.1
Encristalado doble (18 mm)	10.1
Encristalado triple (33 mm)	10.1
Madera o vinilo	
Encristalado de una sola hoja (3 mm)	2.9
Encristalado doble (18 mm)	2.8
Encristalado triple (33 mm)	2.7

*Multiplíquese por 0.176 para convertir a $Btu/h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F$.

TABLA 9-5

Coefficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación h_i en la superficie interior de un vidrio vertical en condiciones de aire inmóvil (en $W/m^2 \cdot ^\circ C^*$)

T_i , $^\circ C$	T_g , $^\circ C$	Emisividad del vidrio, ϵ_g		
		0.05	0.20	0.84
20	17	2.6	3.5	7.1
20	15	2.9	3.8	7.3
20	10	3.4	4.2	7.7
20	5	3.7	4.5	7.9
20	0	4.0	4.8	8.1
20	-5	4.2	5.0	8.2
20	-10	4.4	5.1	8.3

*Multiplíquese por 0.176 para convertir a $Btu/h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F$.

U para varios marcos, en función de los materiales espaciadores y de los espesores de las unidades de vidrio. Note que el factor U del armazón metálico y, por consiguiente, la razón de la transferencia de calor a través de un marco metálico de ventana es más del triple que el de un marco de madera o de vinilo.

Coefficientes de transferencia de calor sobre las superficies interior y exterior

La transferencia de calor a través de una ventana también resulta afectada por los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación entre las superficies del vidrio y sus alrededores. Los efectos de la convección y de la radiación sobre las superficies interiores y exteriores de los encristalados suelen combinarse en los coeficientes combinados h_i y h_o , respectivamente, de transferencia de calor por convección y radiación. En condiciones de aire inmóvil, el coeficiente combinado de transferencia de calor en la superficie interior de una ventana vertical se puede determinar a partir de

$$h_i = h_{\text{conv}} + h_{\text{rad}} = 1.77(T_g - T_i)^{0.25} + \frac{\epsilon_g \sigma (T_g^4 - T_i^4)}{T_g - T_i} \quad (W/m^2 \cdot ^\circ C) \quad (9-72)$$

en donde T_g = temperatura del vidrio en K, T_i = temperatura del aire en el interior en K, ϵ_g = emisividad de la superficie interior del vidrio expuesta al cuarto (tomada como 0.84 para el vidrio sin recubrimiento) y $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W/m^2 \cdot K^4$ es la constante de Stefan-Boltzmann. Aquí se supone que la temperatura de las superficies interiores que dan frente a la ventana es igual a la del aire en el interior. Esta suposición resulta razonable cuando la ventana da el frente en su mayor parte a paredes interiores, pero se vuelve cuestionable cuando está expuesta a superficies calentadas o enfriadas o a otras ventanas. El valor de h_i de uso común para el cálculo de la carga pico es

$$h_i = 8.29 W/m^2 \cdot ^\circ C = 1.46 Btu/h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F \quad (\text{invierno o verano})$$

el cual corresponde a las condiciones de diseño de invierno de $T_i = 22^\circ C$ y $T_g = -7^\circ C$, para vidrio sin revestimiento, con $\epsilon_g = 0.84$. Pero también se puede usar el mismo valor de h_i para las condiciones de diseño de verano, ya que corresponde a las condiciones de verano de $T_i = 24^\circ C$ y $T_g = 32^\circ C$. En la tabla 9-5 se dan los valores de h_i para varias temperaturas y emisividades del vidrio. Los valores de h_o de uso común para los cálculos de la carga pico son los mismos que los usados para las superficies exteriores de las paredes ($34.0 W/m^2 \cdot ^\circ C$, para el invierno, y $22.7 W/m^2 \cdot ^\circ C$, para el verano).

Factor U total de las ventanas

Los factores U totales para varias clases de ventanas y tragaluces se evalúan usando simulaciones mediante computadora y pruebas de laboratorio, para las condiciones de diseño de invierno; en la tabla 9-6 se dan valores representativos. Los datos de pruebas pueden proporcionar información más exacta para productos específicos y deben preferirse cuando se disponga de ellos. Sin embargo, se pueden usar los valores cuya lista se da en la tabla para obtener resultados satisfactorios en varias condiciones a falta de datos específicos del producto. Se puede determinar el factor U de un producto para ventanas diferente de los dados en la tabla: 1) determinando las fracciones del área que sean marco, centro y borde del vidrio (suponiendo

TABLA 9-6

Factores U (coeficientes de transferencia de calor) totales para ventanas y tragaluces diversos, en $W/m^2 \cdot ^\circ C$ (tomado del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, Cap. 27, tabla 5)

Tipo →	Sólo sección del vidrio (encristalado)			Marco de aluminio (sin interrupción térmica)			Marco de madera o de vinilo					
	Centro del vidrio		Borde del vidrio	Fijo	De doble batiente	Tragaluz inclinado	Fijo		De doble batiente		Tragaluz inclinado	
	(No aplicable)			32 mm (1¼ in)	53 mm (2 in)	19 mm (¾ in)	41 mm (1½ in)		88 mm (3⅞ in)		23 mm (7/8 in)	
Tipo de espaciador →	—	Metálico	Aislante	Todos	Todos	Todos	Metálico	Aislante	Metálico	Aislante	Metálico	Aislante
Tipo de cristalizado												
Encristalado de una sola hoja												
Vidrio de 3 mm (1/8 in)	6.30	6.30	—	6.63	7.16	9.88	5.93	—	5.57	—	7.57	—
Acrílico de 6.4 mm (¼ in)	5.28	5.28	—	5.69	6.27	8.86	5.02	—	4.77	—	6.57	—
Acrílico de 3 mm (1/8 in)	5.79	5.79	—	6.16	6.71	9.94	5.48	—	5.17	—	7.63	—
Encristalado doble (sin recubrimiento)												
Espacio de aire de 6.4 mm	3.24	3.71	3.34	3.90	4.55	6.70	3.26	3.16	3.20	3.09	4.37	4.22
Espacio de aire de 12.7 mm	2.78	3.40	2.91	3.51	4.18	6.65	2.88	2.76	2.86	2.74	4.32	4.17
Espacio de argón de 6.4 mm	2.95	3.52	3.07	3.66	4.32	6.47	3.03	2.91	2.98	2.87	4.14	3.97
Espacio de argón de 12.7 mm	2.61	3.28	2.76	3.36	4.04	6.47	2.74	2.61	2.73	2.60	4.14	3.97
Encristalado doble [$\epsilon = 0.1$, recubrimiento sobre una de las superficies del espacio de aire (superficie 2 o 3, contando desde el exterior hacia el interior)]												
Espacio de aire de 6.4 mm	2.44	3.16	2.60	3.21	3.89	6.04	2.59	2.46	2.60	2.47	3.73	3.53
Espacio de aire de 12.7 mm	1.82	2.71	2.06	2.67	3.37	6.04	2.06	1.92	2.13	1.99	3.73	3.53
Espacio de argón de 6.4 mm	1.99	2.83	2.21	2.82	3.52	5.62	2.21	2.07	2.26	2.12	3.32	3.09
Espacio de argón de 12.7 mm	1.53	2.49	1.83	2.42	3.14	5.71	1.82	1.67	1.91	1.78	3.41	3.19
Encristalado triple (sin recubrimiento)												
Espacio de aire de 6.4 mm	2.16	2.96	2.35	2.97	3.66	5.81	2.34	2.18	2.36	2.21	3.48	3.24
Espacio de aire de 12.7 mm	1.76	2.67	2.02	2.62	3.33	5.67	2.01	1.84	2.07	1.91	3.34	3.09
Espacio de argón de 6.4 mm	1.93	2.79	2.16	2.77	3.47	5.57	2.15	1.99	2.19	2.04	3.25	3.00
Espacio de argón de 12.7 mm	1.65	2.58	1.92	2.52	3.23	5.53	1.91	1.74	1.98	1.82	3.20	2.95
Encristalado triple [$\epsilon = 0.1$, recubrimiento sobre una de las superficies de los espacios de aire (superficie 3 y 5, contando desde el exterior hacia el interior)]												
Espacio de aire de 6.4 mm	1.53	2.49	1.83	2.42	3.14	5.24	1.81	1.64	1.89	1.73	2.92	2.66
Espacio de aire de 12.7 mm	0.97	2.05	1.38	1.92	2.66	5.10	1.33	1.15	1.46	1.30	2.78	2.52
Espacio de argón de 6.4 mm	1.19	2.23	1.56	2.12	2.85	4.90	1.52	1.35	1.64	1.47	2.59	2.33
Espacio de argón de 12.7 mm	0.80	1.92	1.25	1.77	2.51	4.86	1.18	1.01	1.33	1.17	2.55	2.28

Notas:

1) Multiplíquese por 0.176 para obtener los factores U en $Btu/h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F$.

2) Los factores U dados en esta tabla incluyen los efectos de los coeficientes de transferencia de calor sobre las superficies y están basados en las condiciones de invierno de temperatura del aire en el exterior de $-18^\circ C$ y temperatura del aire en el interior de $21^\circ C$, con vientos en el exterior de 24 km/h (15 mph) y flujo solar cero. Los cambios pequeños en las temperaturas en el interior y el exterior no afectarán mucho los factores U totales. Se supone que las ventanas están verticales y que los tragaluces están inclinados 20° respecto a la horizontal con el flujo de calor hacia arriba. Los espaciadores de aislamiento son de madera, fibra de vidrio o butilo. Se supone que los efectos del borde del vidrio se extienden sobre la banda de 65 mm alrededor del perímetro de cada encristalado. Los tamaños de los productos son de $1.2 m \times 1.8 m$, para las ventanas fijas, de $1.8 m \times 2.0 m$, para las ventanas de doble batiente, y de $1.2 m \times 0.6 m$, para los tragaluces, pero los valores dados también se pueden usar para productos de tamaños semejantes. Todos los datos están basados en vidrio de 3 mm (1/8 in), a menos que se haya hecho notar lo contrario.

una banda de 65 mm de ancho alrededor del perímetro de cada encristalado), 2) determinando los factores U para cada sección (los factores U del centro del vidrio y del borde del vidrio se pueden tomar de las dos primeras columnas de la tabla 9-6 y el del marco se puede tomar de la tabla 9-5 o de cualesquiera otras fuentes) y 3) multiplicando las fracciones de área y los factores U para cada sección, y sumando los productos.

Los sistemas de paredes cubiertas de vidrio se pueden tratar como ventanas fijas. Asimismo, los datos para las ventanas de doble batiente se pueden usar para las puertas con vidrio sencillo. Se pueden hacer varias observaciones basándose en los datos de la tabla:

1. Los factores U para los tragaluzes son considerablemente mayores que los de las ventanas verticales. Esto se debe a que el área del tragaluz, incluyendo la guarnición, puede ser de 13 a 240% más grande que el área aproximada de la abertura. La pendiente del tragaluz también tiene algún efecto.
2. El factor U de las unidades con vidrios múltiples se puede reducir de manera considerable llenando las cavidades con gas argón en lugar de aire seco. El desempeño de las unidades llenas con CO_2 es semejante a las llenas con argón. El factor U se puede reducir todavía más rellenando las cavidades del encristalado con gas kriptón.
3. El recubrimiento de las superficies del encristalado con películas de baja emisividad reduce el factor U en forma significativa. Para las unidades con vidrios múltiples, resulta adecuado recubrir una de las dos superficies que estén frente a frente.
4. Entre más grueso sea el espacio de aire en las unidades con vidrios múltiples, más bajo es el factor U para un espesor de hasta 13 mm ($\frac{1}{2}$ in) del espacio de aire. Para un número especificado de encristalados, la ventana con capas de aire más gruesas tendrá un factor U más bajo. Para un espesor total especificado del encristalado, entre mayor sea el número de encristalados, más bajo es el factor U . Por lo tanto, una ventana de hoja triple con espacios de aire de 6.4 mm (dos de esos espacios de aire) tendrá un valor U más bajo que el de una ventana de hoja doble con un espacio de aire de 12.7 mm.
5. Las ventanas con marcos de madera o de vinilo tienen un valor U considerablemente más bajo que el de ventanas similares con marco metálico. Por lo tanto, se exigen ventanas con marco de madera o de vinilo en los diseños eficientes con respecto a la energía.

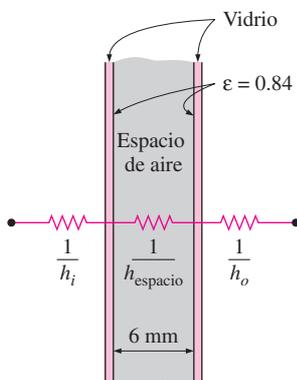


FIGURA 9-39
Esquema del ejemplo 9-7.

EJEMPLO 9-7 Factor U para la sección del centro del vidrio de las ventanas

Determine el factor U para la sección del centro del vidrio de una ventana de hoja doble con un espacio de aire de 6 mm, para las condiciones de diseño de invierno (figura 9-39). Los encristalados están hechos de vidrio transparente que tiene una emisividad de 0.84. Tome la temperatura promedio del espacio de aire en las condiciones de diseño como 0°C .

SOLUCIÓN Se debe determinar el factor U para la sección del centro del vidrio de una ventana de hoja doble.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor a través de la ventana es unidimensional. **3** La resistencia térmica de las láminas de vidrio es despreciable.

Propiedades La emisividad del vidrio transparente es 0.84.

Análisis Descartando la resistencia térmica de las láminas de vidrio, la cual es pequeña, el factor U para la región central de una ventana de hoja doble se determina a partir de

$$\frac{1}{U_{\text{centro}}} \cong \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{\text{espacio}}} + \frac{1}{h_o}$$

en donde h_i , h_{espacio} y h_o son los coeficientes de transferencia de calor en la superficie interior de la ventana, el espacio de aire entre las capas de vidrio y la superficie exterior de la ventana, respectivamente. Con anterioridad se dieron los valores de h_i y h_o para las condiciones de diseño de invierno como $h_i = 8.29 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ y $h_o = 34.0 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. La emisividad efectiva del espacio de aire de la ventana de hoja doble es

$$\varepsilon_{\text{efectiva}} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \frac{1}{1/0.84 + 1/0.84 - 1} = 0.72$$

Para este valor de la emisividad y una temperatura promedio del espacio de aire de 0°C , en la tabla 9-3 leemos $h_{\text{espacio}} = 7.2 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, para un espacio de aire de 6 mm de espesor. Por lo tanto,

$$\frac{1}{U_{\text{centro}}} = \frac{1}{8.29} + \frac{1}{7.2} + \frac{1}{34.0} \rightarrow U_{\text{centro}} = 3.46 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Discusión Se obtiene el valor del factor U del centro del vidrio de $3.24 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ de la tabla 9-6 (cuarto renglón y segunda columna) usando un valor estándar de $h_o = 29 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ (en lugar de $34.0 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$) y $h_{\text{espacio}} = 6.5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ a una temperatura promedio del espacio de aire de -15°C .

EJEMPLO 9-8 Pérdida de calor a través de ventanas con marco de aluminio

Se está considerando una ventana fija con marco de aluminio y láminas de vidrio para una abertura que tiene 4 ft de alto y 6 ft de ancho, en la pared de una casa que se mantiene a 72°F (figura 9-40). Determine la razón de la pérdida de calor a través de la ventana y la temperatura de la superficie interior del vidrio que da frente al cuarto, cuando la temperatura del aire en el exterior es de 15°F , si se selecciona que la ventana sea *a*) de un encristalado de una sola hoja de $\frac{1}{8}$ -in, *b*) de un encristalado doble con un espacio de aire de $\frac{1}{2}$ in y *c*) de un encristalado triple con recubrimiento de baja emisividad y un espacio de aire de $\frac{1}{2}$ in.

SOLUCIÓN Se deben determinar la razón de la pérdida de calor a través de una ventana con marco de aluminio y la temperatura de la superficie interior en los casos de ventanas de una sola hoja, de hoja doble y de hoja triple con cubierta de baja emisividad.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor a través de la ventana es unidimensional. **3** Las propiedades térmicas de las ventanas y los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades En la tabla 9-6 se dan los factores U de las ventanas.

Análisis Se puede determinar la razón de la transferencia de calor a través de la ventana a partir de

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = U_{\text{total}} A_{\text{ventana}} (T_i - T_o)$$

en donde T_i y T_o son las temperaturas del aire en el interior y el exterior, respectivamente; U_{total} es el factor U (el coeficiente total de transferencia de calor) de la ventana, y A_{ventana} es el área de esta última, la cual se determina que es

$$A_{\text{ventana}} = \text{Altura} \times \text{Ancho} = (4 \text{ ft})(6 \text{ ft}) = 24 \text{ ft}^2$$

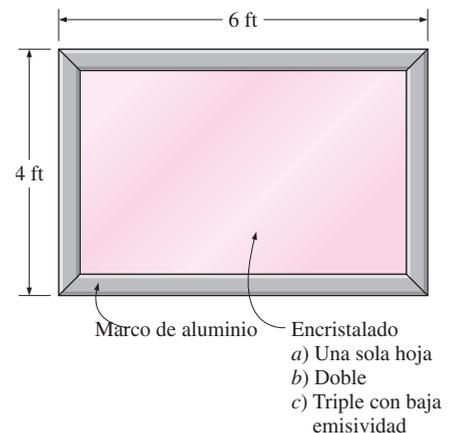


FIGURA 9-40

Esquema para el ejemplo 9-8.

Basándose en la tabla 9-6 se puede determinar de manera directa que los factores U para los tres casos son 6.63, 3.51 y 1.92 W/m² · °C, respectivamente, que deben multiplicarse por el factor 0.176 para convertirlos en Btu/h · ft² · °F. Asimismo, con base en la ley de Newton, se puede determinar la temperatura de la superficie interior del vidrio de la ventana,

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = h_i A_{\text{ventana}} (T_i - T_{\text{vidrio}}) \rightarrow T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{Q_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}}$$

en donde h_i es el coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie interior de la ventana, el cual, con base en la tabla 9-5, se determina que es $h_i = 8.3$ W/m² · °C = 1.46 Btu/h · ft² · °F. Entonces la razón de la pérdida de calor y la temperatura interior del vidrio para cada caso se determinan como sigue:

a) Encristalado de una sola hoja:

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = (6.63 \times 0.176 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)(72 - 15)^\circ\text{F} = \mathbf{1596 \text{ Btu/h}}$$

$$T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{Q_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}} = 72^\circ\text{F} - \frac{1596 \text{ Btu/h}}{(1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)} = \mathbf{26.5^\circ\text{F}}$$

b) Encristalado doble (espacio de aire de $\frac{1}{2}$ in):

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = (3.51 \times 0.176 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)(72 - 15)^\circ\text{F} = \mathbf{845 \text{ Btu/h}}$$

$$T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{Q_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}} = 72^\circ\text{F} - \frac{845 \text{ Btu/h}}{(1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)} = \mathbf{47.9^\circ\text{F}}$$

c) Encristalado triple (espacio de aire de $\frac{1}{2}$ in, recubrimiento de baja emisividad):

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = (1.92 \times 0.176 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)(72 - 15)^\circ\text{F} = \mathbf{462 \text{ Btu/h}}$$

$$T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{Q_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}} = 72^\circ\text{F} - \frac{462 \text{ Btu/h}}{(1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)} = \mathbf{58.8^\circ\text{F}}$$

Por lo tanto, la pérdida de calor a través de la ventana se reducirá en un 47%, en el caso del encristalado doble, y en un 71%, en el caso del encristalado triple, en relación con el encristalado de una sola hoja. Asimismo, en el caso del encristalado de una sola hoja, la baja temperatura de la superficie interior del vidrio causará una incomodidad considerable en los ocupantes debido a la pérdida excesiva de calor del cuerpo por radiación. Esta temperatura se eleva de 26.5°F, que está por debajo del punto de congelación, hasta 47.9°F, en el caso del encristalado doble, y hasta 58.8°F, en el caso del encristalado triple.

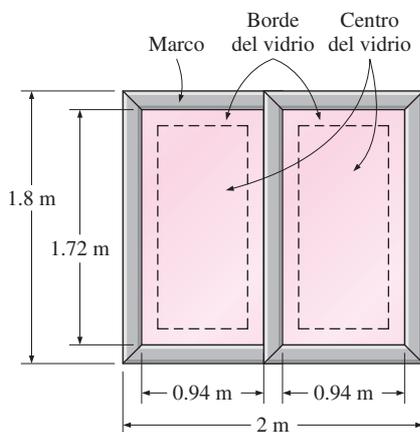


FIGURA 9-41

Esquema para el ejemplo 9-9.

EJEMPLO 9-9 Factor U de una ventana de doble batiente

Determine el factor U total para una ventana de doble batiente, hoja doble, marco de madera y con espaciadores metálicos, y compare su resultado con el valor dado en la lista de la tabla 9-6. Las dimensiones totales de la ventana son 1.80 m × 2.00 m y las dimensiones de cada encristalado son 1.72 m × 0.94 m (figura 9-41).

SOLUCIÓN Se debe determinar el factor U total para una ventana de doble batiente y el resultado compararse con el valor dado en la tabla.

Suposiciones 1 Existen condiciones estacionarias de operación. 2 La transferencia de calor a través de la ventana es unidimensional.

Propiedades En las tablas 9-4 y 9-6 se dan los factores U para las diversas secciones de las ventanas.

Análisis Las áreas de la ventana, el encristalado y el marco son

$$A_{\text{ventana}} = \text{Altura} \times \text{Ancho} = (1.8 \text{ m})(2.0 \text{ m}) = 3.60 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{encristalado}} = 2 \times (\text{Altura} \times \text{Ancho}) = 2(1.72 \text{ m})(0.94 \text{ m}) = 3.23 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{marco}} = A_{\text{ventana}} - A_{\text{encristalado}} = 3.60 - 3.23 = 0.37 \text{ m}^2$$

La región del borde del vidrio consta de una banda de 6.5 cm de ancho alrededor del perímetro de los encristalados y se determina que las áreas de las secciones del centro y del borde del encristalado son

$$A_{\text{centro}} = 2 \times (\text{Altura} \times \text{Ancho}) = 2(1.72 - 0.13 \text{ m})(0.94 - 0.13 \text{ m}) = 2.58 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{borde}} = A_{\text{encristalado}} - A_{\text{centro}} = 3.23 - 2.58 = 0.65 \text{ m}^2$$

Basándose en la tabla 9-4, se determina que el factor U para la sección del marco es $U_{\text{marco}} = 2.8 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. A partir de la tabla 9-6 (quinto renglón, segunda y tercera columnas) se determina que los factores U para las secciones del centro y del borde son $U_{\text{centro}} = 3.24 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ y $U_{\text{borde}} = 3.71 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. Entonces el factor total de toda la ventana queda

$$\begin{aligned} U_{\text{ventana}} &= (U_{\text{centro}} A_{\text{centro}} + U_{\text{borde}} A_{\text{borde}} + U_{\text{marco}} A_{\text{marco}}) / A_{\text{ventana}} \\ &= (3.24 \times 2.58 + 3.71 \times 0.65 + 2.8 \times 0.37) / 3.60 \\ &= \mathbf{3.28 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \end{aligned}$$

El factor U total que se da en la lista de la tabla 9-6 para el tipo especificado de ventana es $3.20 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, el cual es suficientemente cercano al que acaba de obtenerse.

RESUMEN

En este capítulo hemos considerado la transferencia de calor por *convección natural*, en la que cualquier movimiento del fluido ocurre por medios naturales, como la flotación. El *coeficiente de expansión volumétrica* de una sustancia representa la variación de la densidad de esa sustancia con la temperatura a presión constante, y para un gas ideal se expresa como $\beta = 1/T$, en donde T es la temperatura absoluta en K o R.

El régimen de flujo en la convección natural lo gobierna un número adimensional llamado *número de Grashof*, el cual representa la razón entre la fuerza de empuje y la fuerza viscosa que actúan sobre el fluido y se expresa como

$$\text{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}$$

en donde L_c es la *longitud característica*, la cual es la altura L para una placa vertical y el diámetro D para un cilindro horizontal. Las correlaciones para el número de Nusselt, $\text{Nu} =$

hL_c/k , en la convección natural se expresan en términos del *número de Rayleigh* definido como

$$\text{Ra}_L = \text{Gr}_L \text{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} \text{Pr}$$

En la tabla 9-1 se dan relaciones del número de Nusselt para varias superficies. Todas las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura de película de $T_f = \frac{1}{2}(T_s + T_\infty)$. La superficie exterior de un cilindro vertical se puede tratar como una placa vertical cuando los efectos de la curvatura son despreciables. La longitud característica para una superficie horizontal es $L_c = A_s/p$, en donde A_s es el área superficial y p es el perímetro.

El número de Nusselt para *placas paralelas* verticales isotérmicas, con espaciamiento S y altura L , se expresa como

$$\text{Nu} = \frac{hS}{k} = \left[\frac{576}{(\text{Ra}_S S/L)^2} + \frac{2.873}{(\text{Ra}_S S/L)^{0.5}} \right]^{-0.5}$$

El espaciamiento óptimo entre las aletas para un sumidero vertical de calor y el número de Nusselt para aletas espaciadas de manera óptima son

$$S_{\text{ópt}} = 2.714 \left(\frac{S^3 L}{Ra_L} \right)^{0.25} = 2.714 \frac{L}{Ra_L^{0.25}} \text{ y } Nu = \frac{h S_{\text{ópt}}}{k} = 1.307$$

En un recinto cerrado rectangular horizontal con la placa más caliente arriba, la transferencia de calor es por conducción pura y $Nu = 1$. Cuando la placa más caliente está abajo, el número de Nusselt es

$$Nu = 1 + 1.44 \left[1 - \frac{1708}{Ra_L} \right]^+ + \left[\frac{Ra_L^{1/3}}{18} - 1 \right]^+ \quad Ra_L < 10^8$$

La notación $[]^+$ indica que si la cantidad entre corchetes es negativa, debe igualarse a cero. Para recintos cerrados rectangulares verticales, el número de Nusselt se puede determinar a partir de

$$Nu = 0.18 \left(\frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L \right)^{0.29} \quad \begin{array}{l} 1 < H/L < 2 \\ \text{cualquier número} \\ \text{de Prandtl} \\ Ra_L Pr / (0.2 + Pr) > 10^3 \end{array}$$

$$Nu = 0.22 \left(\frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L \right)^{0.28} \left(\frac{H}{L} \right)^{-1/4} \quad \begin{array}{l} 2 < H/L < 10 \\ \text{cualquier número} \\ \text{de Prandtl} \\ Ra_L < 10^{10} \end{array}$$

Para proporciones dimensionales mayores que 10, deben usarse las ecuaciones 9-54 y 9-55. Para recintos cerrados inclinados, deben usarse las ecuaciones 9-48 a 9-51.

Para cilindros horizontales concéntricos la razón de la transferencia de calor a través del espacio anular entre ellos por convección natural, por unidad de longitud, es

$$\dot{Q} = \frac{2\pi k_{\text{ef}}}{\ln(D_o/D_i)} (T_i - T_o)$$

en donde

$$\frac{k_{\text{ef}}}{k} = 0.386 \left(\frac{Pr}{0.861 + Pr} \right)^{1/4} (F_{\text{cil}} Ra_L)^{1/4}$$

y

$$F_{\text{cil}} = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_c^3 (D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5}$$

Para un espacio cerrado esférico la razón de la transferencia de calor a través del espacio entre las esferas por convección natural se expresa como

$$\dot{Q} = k_{\text{ef}} \pi \left(\frac{D_i D_o}{L_c} \right) (T_i - T_o)$$

en donde

$$\frac{k_{\text{ef}}}{k} = 0.74 \left(\frac{Pr}{0.861 + Pr} \right)^{1/4} (F_{\text{esf}} Ra_L)^{1/4}$$

$$L_c = (D_o - D_i)/2$$

$$F_{\text{esf}} = \frac{L_c}{(D_i D_o)^4 (D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5}$$

La cantidad kNu se llama *conductividad térmica efectiva* del espacio cerrado, ya que un fluido en un espacio de ese tipo se comporta como uno inmóvil cuya conductividad térmica es kNu , como resultado de las corrientes de convección. Las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura promedio de $(T_i + T_o)/2$.

Para un fluido dado, el parámetro Gr/Re^2 representa la importancia de la convección natural con relación a la convección forzada. La convección natural es despreciable cuando $Gr/Re^2 < 0.1$, la forzada es despreciable cuando $Gr/Re^2 > 10$ y ninguna de las dos es despreciable cuando $0.1 < Gr/Re^2 < 10$.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers, *Handbook of Fundamentals*, Atlanta: AHSRAE, 1993.
2. J. N. Arnold, I. Catton y D. K. Edwards, "Experimental Investigation of Natural Convection in Inclined Rectangular Region of Differing Aspects Ratios", Publicación de la ASME Núm. 75-HT-62, 1975.
3. P. S. Ayyaswamy e I. Catton, "The Boundary-Layer Regime for Natural Convection in a Differently Heated Tilted Rectangular Cavity", en *Journal of Heat Transfer* 95 (1973), p. 543.
4. A. Bar-Cohen, "Fin Thickness for an Optimized Natural Convection Array of Rectangular Fins", en *Journal of Heat Transfer* 101 (1979), pp. 564-566.
5. A. Bar-Cohen y W. M. Rohsenow, "Thermally Optimum Spacing of Vertical Natural Convection Cooled Parallel Plates", en *Journal of Heat Transfer* 106 (1984), p. 116.