3.1.5 Ejemplos de fricción estática y dinámica (Tippens, P.; 2011: 82-86)

Estrategia para resolver problemas

Consideraciones para problemas en los que interviene la fricción

1. Las fuerzas de fricción son paralelas a las superficies y se oponen directamente al movimiento o al movimiento inminente.
2. La máxima fuerza de fricción estática es mayor que la fuerza de fricción cinética para los mismos materiales.
3. Al dibujar diagramas de cuerpo libre, en general es preferible elegir el eje x siguiendo la dirección del movimiento y el eje y normal a la dirección del movimiento o del movimiento inminente.
4. La primera condición de equilibrio puede aplicarse para formar dos ecuaciones que representen las fuerzas a lo largo del plano del movimiento y las que son perpendiculares a él.
5. Las relaciones $f_s = \mu_s n$ y $f_k = \mu_k n$ se aplican para determinar la cantidad deseada.
6. Jamás debe darse por hecho que la ***fuerza normal*** es igual al peso. Se debe determinar su magnitud sumando las fuerzas a lo largo del eje normal.

Ejemplo 4.5

Un trineo de 50 N descansa sobre una superficie horizontal y se requiere un tirón horizontal de 10 N para lograr que empiece a moverse. Después de que comienza el movimiento basta una fuerza de 5 N para que el trineo siga moviéndose con una velocidad constante. Encuentre los coeficientes de fricción estática y cinética.

Plan: Las palabras clave que deben captarse son *empiece a moverse* y *siga moviéndose con una velocidad constante*. Las primeras implican *fricción estática*, en tanto que las últimas se refieren a la *fricción cinética*. En cada caso existe una condición de equilibrio y es posible hallar los valores para los valores de la fuerza normal y de la de fricción, que son necesarios para determinar los coeficientes.

Solución: Para cada caso hemos impuesto los diagramas de cuerpo libre sobre los bosquejos, como aparece en las figuras 4.14a y b. Al aplicar la primera condición de equilibrio a la figura 4.14a se obtiene

$$\sum F_x = 0: \qquad 10\text{ N} - f_s = 0 \qquad \text{o} \qquad f_s = 10\text{ N}$$

$$\sum F_y = 0: \qquad n - 50\text{ N} = 0 \qquad \text{o} \qquad n = 50\text{ N}$$

Podemos hallar el coeficiente de fricción estática a partir de la ecuación (4.10)

$$\mu_s = \frac{f_s}{n} = \frac{10\text{ N}}{50\text{ N}}; \qquad \mu_s = 0.20$$

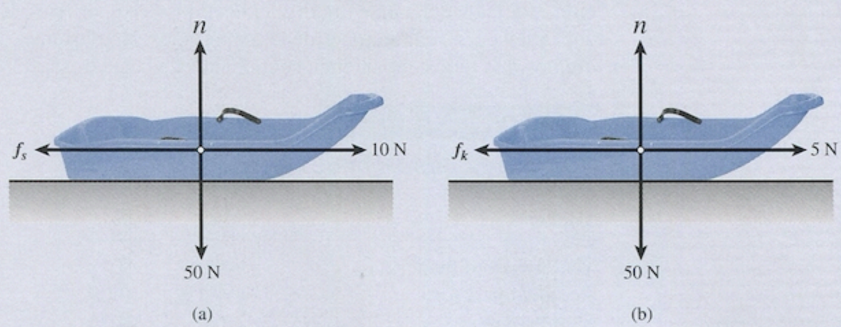


Figura 4.14 (a) Se precisa una fuerza de 10 N para contrarrestar la máxima fuerza de fricción estática. (b) Se necesita una fuerza de sólo 5 N para mover el trineo con rapidez constante. (*Fotografía de Hemera Inc.*)

La fuerza que contrarresta la fricción cinética es de sólo 5 N. Por tanto, la suma de las fuerzas a lo largo del eje x es

$$5\text{ N} - f_k = 0 \qquad \text{o} \qquad f_k = 5\text{ N}$$

La fuerza normal sigue siendo de 50 N y, por ende,

$$\mu_k = \frac{f_k}{n} = \frac{5\text{ N}}{50\text{ N}}; \qquad \mu_k = 0.10$$

Ejemplo 4.6 ¿Qué fuerza **T**, en un ángulo de 30° por encima de la horizontal, se requiere para arrastrar un arcón de 40 lb hacia la derecha a rapidez constante, si $\mu_k = 0.2$?

Plan: Lo primero es hacer un bosquejo del problema y luego construir el diagrama de cuerpo libre, como el de la figura 4.15. Después hay que aplicar la primera condición de equilibrio para hallar la fuerza **T**.

Solución: El movimiento es a rapidez constante, de modo que $\Sigma F_x = \Sigma F_y = 0$

$$\sum F_x = 0 \qquad T_x - f_k = 0 \tag{4.12}$$

$$\sum F_y = 0 \qquad n + T_y - 40\text{ lb} = 0$$

La última ecuación muestra que la fuerza normal es

$$n = 40\text{ lb} - T_y \tag{4.13}$$

Note que la fuerza normal disminuye por la componente y de **T**. Sustituyendo $f_k = \mu_k n$ en la ecuación (4.12) se obtiene

$$T_x - \mu_k n = 0$$

Pero $n = 40\text{ lb} - T_y$ con base en la ecuación (4.13); entonces

$$T_x - \mu_k(40\text{ lb} - T_y) = 0 \tag{4.14}$$

A partir del diagrama de cuerpo libre se observa que

$$T_x = T\cos 30° = 0.866T$$

y que

$$T_Y = T\text{ sen }30° = 0.5T$$

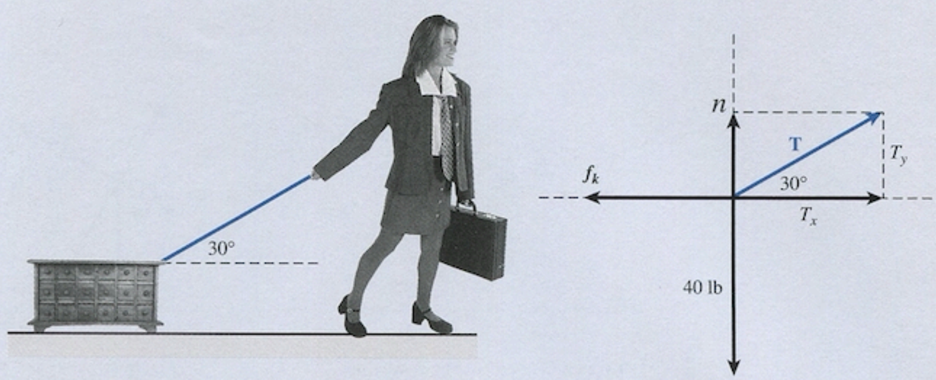


Figura 4.15 La fuerza **T** en un ángulo *sobre* la horizontal reduce la fuerza normal necesaria para el equilibrio, lo que ocasiona que la fuerza de fricción sea menor. (*Fotografías de Hemera Inc.*)

Por tanto, si recordamos que $\mu_k = 0.2$, escribimos la ecuación (4.14) como

$$0.866T - (0.2)(40 \text{ lb} - 0.5T) = 0$$

de donde se puede obtener el valor de T como sigue:

$$0.866T - 8 \text{ lb} + 0.1T = 0$$
$$0.966T - 8 \text{ lb} = 0$$
$$0.966T = 8 \text{ lb}$$
$$T = \frac{8 \text{ lb}}{0.966} = 8.3 \text{ lb}$$

Por consiguiente, se requiere una fuerza de 8.3 lb para arrastrar el arcón con rapidez constante cuando la cuerda forma un ángulo de 30° sobre la horizontal.

Ejemplo 4.7

Un bloque de concreto de 120 N está en reposo en un plano inclinado a 30°. Si $\mu_k = 0.5$, ¿qué fuerza **P** paralela al plano y dirigida hacia arriba de éste hará que el bloque se mueva (a) hacia arriba del plano con rapidez constante y (b) hacia abajo del plano con rapidez constante?

Plan: Primero se hace el bosquejo del problema (figura 4.16a) y luego se traza un diagrama de cuerpo libre para ambos casos. Para el movimiento hacia arriba se dibuja la figura 4.16b y para el movimiento hacia abajo se elabora la figura 4.16c. Advierta que la fuerza de fricción se opone al movimiento en los dos casos y que hemos elegido el eje x a lo largo del plano. Para ser congruente con el uso de los signos, consideramos positivas las fuerzas que se dirigen *hacia arriba* del plano.

Solución (a): Aplicando la primera condición de equilibrio se obtiene

$$\sum F_x = 0 \qquad P - f_k - W_x = 0 \tag{4.15}$$
$$\sum F_y = 0 \qquad n - W_y = 0 \tag{4.16}$$

A partir de la figura, las componentes x y y del peso son

$$W_x = (120 \text{ N}) \cos 60° = 60.0 \text{ N}$$
$$W_y = (120 \text{ N}) \text{ sen } 60° = 104 \text{ N}$$

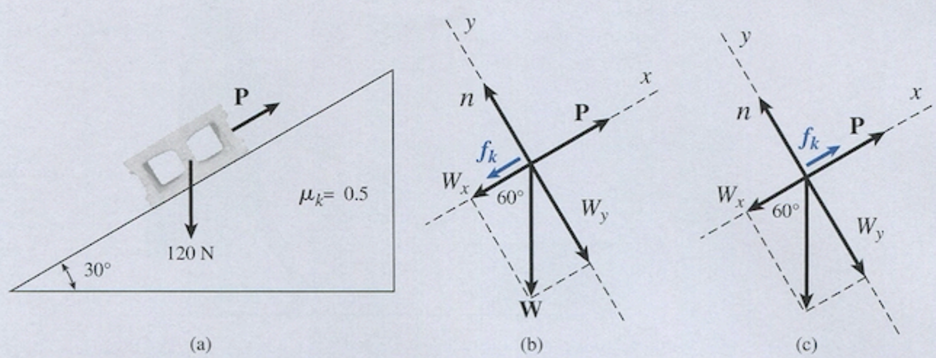


Figura 4.16 (a) Fricción en un plano inclinado. (b) Movimiento *hacia arriba* del plano. (c) Movimiento *hacia abajo* del plano. (*Fotografías de Hemera Inc.*)

La sustitución de W_y en la ecuación (4.16) nos permite obtener el valor de la fuerza normal, n.

$$n - W_y = n - 104 \text{ N} = 0 \qquad \text{o} \qquad n = 104 \text{ N}$$

Con base en la ecuación (4.15), ahora resolvemos para obtener el empujón P, lo que resulta

$$P = f_k + W_x$$

Pero $f_k = \mu_k n$, de modo que

$$P = \mu_k n + W_x$$

Ahora podemos determinar P sustituyendo $\mu_k = 0.5$, $n = 104$ N y $W_x = 60.0$ N:

$$P = (0.5)(104 \text{ N}) + 60 \text{ N}$$
$$P = 52.0 \text{ N} + 60.0 \text{ N} \qquad \text{o} \qquad P = 112 \text{ N}$$

Observe que el empuje P hacia arriba del plano debe en este caso contrarrestar tanto la fuerza de fricción de 52 N como la componente de 60 N del peso del bloque hacia abajo del plano.

Solución (b): En el segundo caso, el empuje P es necesario para retrasar el natural movimiento hacia abajo del bloque hasta que su rapidez permanezca constante. La fuerza de fricción se dirige ahora *hacia arriba* del plano inclinado, en la misma dirección que el empuje P. La fuerza normal y las componentes del peso no cambiarán. Por ende, al sumar las fuerzas a lo largo del eje x se obtiene

$$\sum F_x = 0; \qquad P + f_k - W_x = 0$$

Ahora podemos encontrar el valor de P y sustituir los valores de f_k y W_x

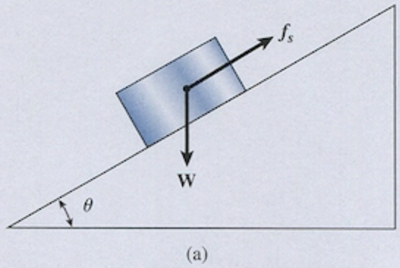
$$P = W_x - f_k = 60 \text{ N} - 52 \text{ N}$$
$$P = 8.00 \text{ N}$$

La fuerza de 8.00 N y la fuerza de fricción de 52.0 N, ambas dirigidas hacia arriba del plano equilibran exactamente la componente de 60 N del peso dirigido hacia abajo del plano.

Ejemplo 4.8

¿Cuál es el ángulo máximo θ de la pendiente de un plano inclinado que permite que un bloque de peso W no se deslice hacia abajo a lo largo del plano?

Plan: El ángulo máximo de la pendiente será aquel para el que la componente del peso dirigido hacia abajo del plano sea suficiente para contrarrestar la máxima fuerza de fricción estática. Como siempre, nuestro enfoque comienza por trazar un bosquejo y luego un diagrama de cuerpo libre (figura 4.17). Luego al aplicar las condiciones del equilibrio, podemos aplicar la trigonometría para hallar el ángulo de inclinación.



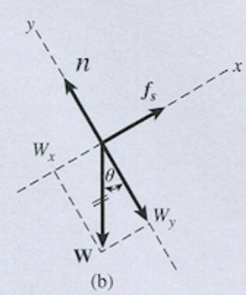


Figura 4.17 El ángulo de reposo o limitante.

Solución: Si se aplica la primera condición de equilibrio a la figura 4.17b se obtiene

$$\sum F_x = 0: \qquad f_s - W_x = 0 \qquad \text{o} \qquad f_s = W_x$$
$$\sum F_y = 0: \qquad n - W_y = 0 \qquad \text{o} \qquad n_s = W_y$$

A partir de la figura 4.17b notamos que el ángulo θ de la pendiente es el ángulo adyacente al eje y negativo, lo que hace que W_x sea el lado opuesto y W_x el otro lado adyacente. En este caso

$$\tan\theta = \frac{W_x}{W_y}$$

Pero ya hemos visto que $W_x = f_k$ y que $W_y = n$, de modo que

$$\tan\theta = \frac{W_x}{W_y} = \frac{f_s}{n}$$

Por último, recordamos que la razón de f_s a n define el coeficiente de fricción estática; por tanto

$$\tan\theta = \mu_s$$

Así pues, un bloque, independientemente de su peso, permanecerá en reposo sobre un plano inclinado a menos que la tan θ sea igual o exceda a μ_s. En este caso, el ángulo θ se llama el *ángulo limitante* o ***ángulo de reposo.***