

Las temperaturas nodales en los problemas en régimen transitorio por lo común cambian durante cada intervalo de tiempo y el lector puede preguntarse si debe usar las temperaturas en el *previo* intervalo de tiempo  $i$  o en el *nuevo* intervalo de tiempo  $i + 1$  para los términos del primer miembro de la ecuación 5-39. Bien, los dos procedimientos son razonables y ambos se aplican en la práctica. En el primer caso, se dice que el procedimiento en diferencias finitas es el **método explícito** y el segundo el **método implícito**, y se expresan en la forma general como (figura 5-39)

*Método explícito:* 
$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^i + \dot{E}_{\text{gen, elemento}}^i = \rho V_{\text{elemento}} c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \quad (5-40)$$

*Método implícito:* 
$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^{i+1} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}}^{i+1} = \rho V_{\text{elemento}} c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \quad (5-41)$$

Parece que la derivada con respecto al tiempo se expresa en la forma de *diferencia hacia adelante* en el caso explícito y en la de *diferencia hacia atrás* en el implícito. Por supuesto, también es posible mezclar las dos formulaciones fundamentales de las ecuaciones 5-40 y 5-41 y tener como resultado formulaciones más elaboradas, pero ofrecen poca percepción y se encuentran más allá del alcance de este texto. Note que ambas formulaciones no son más que expresiones entre las temperaturas nodales antes y después del intervalo de tiempo y se basan en la determinación de las nuevas temperaturas  $T_m^{i+1}$ , mediante las temperaturas *anteriores*  $T_m^i$ . *Las formulaciones explícita e implícita que se dan aquí son bastante generales y se pueden usar en cualquier sistema de coordenadas, sin importar la dimensión de la transferencia de calor.* En los casos multidimensionales los elementos de volumen tan sólo tienen más superficies y, como consecuencia, comprenden más términos en la suma.

Los métodos explícito e implícito tienen sus ventajas y desventajas y ninguno de ellos es mejor que el otro. Enseguida el lector verá que el *método explícito* es fácil de poner en práctica, pero impone un límite sobre el intervalo de tiempo admisible para evitar inestabilidades en la solución, y el *método implícito* requiere que las temperaturas nodales se resuelvan en forma simultánea pero no impone límite sobre la magnitud del intervalo de tiempo. Se limita la discusión a casos unidimensionales y bidimensionales para mantener los aspectos complejos en un nivel manejable, pero el análisis se puede extender con facilidad a los casos tridimensionales y a otros sistemas de coordenadas.

## Conducción de calor en régimen transitorio en una pared plana

Considere la conducción de calor unidimensional en régimen transitorio en una pared plana de espesor  $L$  con generación de calor  $\dot{e}(x, t)$ , que puede variar con el tiempo y la posición y con conductividad constante  $k$ , con un tamaño de malla  $\Delta x = L/M$  y los nodos  $0, 1, 2, \dots, M$  en la dirección  $x$ , como se muestra en la figura 5-40. Puesto que el elemento de volumen de un nodo interior general  $m$  comprende conducción de calor desde dos de sus lados y el volumen del elemento es  $V_{\text{elemento}} = A\Delta x$ , la formulación en diferencias finitas en régimen transitorio para un nodo interior se puede expresar sobre la base de la ecuación 5-39 como

$$kA \frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + kA \frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} + \dot{e}_m A \Delta x = \rho A \Delta x c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \quad (5-42)$$

Si se expresa en  $i + 1$ : Método implícito

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \rho V_{\text{elemento}} c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t}$$

Si se expresa en  $i$ : Método explícito

FIGURA 5-39

La formulación de los métodos explícito e implícito difiere en el intervalo de tiempo (previo o nuevo) en el cual se expresan los términos de transferencia de calor y generación de calor.

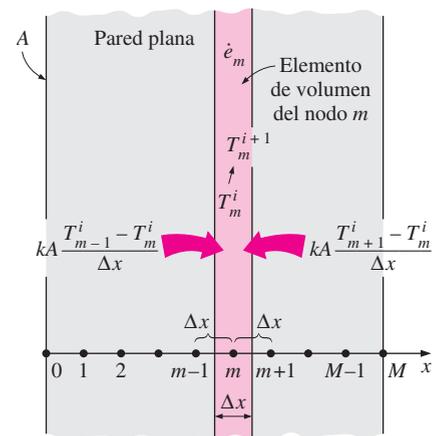


FIGURA 5-40

Puntos nodales y elementos de volumen para la formulación en diferencias en régimen transitorio de la conducción unidimensional de calor en una pared plana.

Al cancelar el área superficial  $A$  y multiplicar por  $\Delta x/k$ , se simplifica a

$$T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1} + \frac{\dot{e}_m \Delta x^2}{k} = \frac{\Delta x^2}{\alpha \Delta t} (T_m^{i+1} - T_m^i) \quad (5-43)$$

donde  $\alpha = k/\rho c_p$  es la *difusividad térmica* del material de la pared. Ahora se define un **número discreto de Fourier** adimensional como

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \quad (5-44)$$

Entonces la ecuación 5-43 se reduce a

$$T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1} + \frac{\dot{e}_m \Delta x^2}{k} = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\tau} \quad (5-45)$$

Note que el primer miembro de esta ecuación tan sólo es la formulación en diferencias finitas del problema para el caso de estado estacionario. Esto no es sorprendente, puesto que la formulación debe reducirse a este último caso para  $T_m^{i+1} = T_m^i$ . Asimismo, todavía no se ha presentado la formulación explícita o implícita, puesto que no se indicó el intervalo de tiempo en el primer miembro de la ecuación. Ahora se obtiene la formulación *explícita* en diferencias finitas al expresar el primer miembro en el intervalo de tiempo  $i$  como

$$T_{m-1}^i - 2T_m^i + T_{m+1}^i + \frac{\dot{e}_m^i \Delta x^2}{k} = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\tau} \quad (\text{explícita}) \quad (5-46)$$

Esta ecuación se puede resolver *explícitamente* para la nueva temperatura  $T_m^{i+1}$  (y, de ahí, el nombre de método *explícito*) para dar

$$T_m^{i+1} = \tau(T_{m-1}^i + T_{m+1}^i) + (1 - 2\tau) T_m^i + \tau \frac{\dot{e}_m^i \Delta x^2}{k} \quad (5-47)$$

para todos los nodos interiores  $m = 1, 2, 3, \dots, M - 1$  en una pared plana. Si se expresa el primer miembro de la ecuación 5-45 en el intervalo de tiempo  $i + 1$ , en lugar del  $i$ , daría la formulación *implícita* en diferencias finitas como

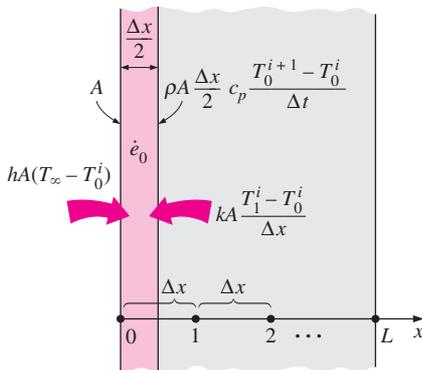
$$T_{m-1}^{i+1} - 2T_m^{i+1} + T_{m+1}^{i+1} + \frac{\dot{e}_m^{i+1} \Delta x^2}{k} = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\tau} \quad (\text{implícita}) \quad (5-48)$$

la cual se puede reacomodar como

$$\tau T_{m-1}^{i+1} - (1 + 2\tau) T_m^{i+1} + \tau T_{m+1}^{i+1} + \tau \frac{\dot{e}_m^{i+1} \Delta x^2}{k} + T_m^i = 0 \quad (5-49)$$

La aplicación de la formulación explícita o implícita a cada uno de los  $M - 1$  nodos interiores da  $M - 1$  ecuaciones. Las dos ecuaciones restantes se obtienen mediante la aplicación del mismo método a los dos nodos frontera a menos que, por supuesto, se especifiquen las temperaturas de frontera como constantes (invariantes con el tiempo). Por ejemplo, la formulación de la condición de frontera de convección en el lado izquierdo (nodo 0) para el caso explícito se puede expresar como (figura 5-41)

$$hA(T_\infty - T_0^i) + kA \frac{T_1^i - T_0^i}{\Delta x} + \dot{e}_0^i A \frac{\Delta x}{2} = \rho A \frac{\Delta x}{2} c_p \frac{T_0^{i+1} - T_0^i}{\Delta t} \quad (5-50)$$



**FIGURA 5-41**

Esquema para la formulación explícita en diferencias finitas de la condición de convección en la frontera izquierda de una pared plana.

la cual se simplifica a

$$T_0^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau \frac{h\Delta x}{k}\right) T_0^i + 2\tau T_1^i + 2\tau \frac{h\Delta x}{k} T_\infty + \tau \frac{\dot{e}_0^i \Delta x^2}{k} \quad (5-51)$$

Note que en el caso de que no haya generación de calor y  $\tau = 0.5$ , la formulación explícita en diferencias finitas para un nodo interior general se reduce a  $T_m^{i+1} = (T_{m-1}^i + T_{m+1}^i)/2$ , la cual tiene la interpretación interesante de que *la temperatura de un nodo interior en el nuevo intervalo de tiempo es simplemente el promedio de las temperaturas de sus nodos vecinos en el intervalo de tiempo anterior*.

Una vez que se completa la formulación (explícita o implícita) y se especifica la condición inicial, la solución de un problema en régimen transitorio se obtiene al *marchar* en el tiempo mediante un tamaño de intervalo de  $\Delta t$ , como sigue: seleccione un intervalo de tiempo adecuado  $\Delta t$  y determine las temperaturas nodales a partir de la condición inicial. Al tomar las temperaturas iniciales como la solución *anterior*  $T_m^i$  en  $t = 0$  obtenga la nueva solución  $T_m^{i+1}$  en todos los nodos, en el instante  $t = \Delta t$ , mediante las relaciones en diferencias finitas en régimen estacionario. Ahora, mediante la solución que acaba de obtenerse en  $t = \Delta t$  como la solución *anterior*  $T_m^i$ , obtenga la nueva solución  $T_m^{i+1}$  en  $t = 2\Delta t$ , mediante las mismas relaciones. Repita el proceso hasta que se obtenga la solución en el instante deseado.

### Criterio de estabilidad para el método explícito: limitación sobre $\Delta t$

El método explícito es fácil de usar, pero sufre de una característica indeseable que restringe en forma grave su utilidad: no es incondicionalmente estable y el valor más grande admisible del intervalo de tiempo  $\Delta t$  queda limitado por el criterio de estabilidad. Si el intervalo de tiempo  $\Delta t$  no es suficientemente pequeño, las soluciones obtenidas por el método explícito pueden oscilar sin pies ni cabeza y divergir con respecto a la solución real. Con el fin de evitar esas oscilaciones divergentes en las temperaturas nodales, el valor de  $\Delta t$  debe mantenerse por debajo de un cierto límite superior establecido por el **criterio de estabilidad**. Se puede demostrar de manera matemática o por medio de un argumento físico basado en la segunda ley de la termodinámica que *se satisface el criterio de estabilidad si los coeficientes de todas las  $T_m^i$  en las expresiones  $T_m^{i+1}$  (llamados **coeficientes primarios**) son mayores o iguales a cero para todos los nodos  $m$*  (figura 5-42). Por supuesto, deben agruparse todos los términos que contienen a  $T_m^i$  para un nodo en particular, antes de aplicar este criterio.

Ecuaciones diferentes para nodos diferentes pueden dar como resultado restricciones diferentes sobre el tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$ , y en la resolución del problema debe aplicarse el criterio que sea más restrictivo. Un procedimiento práctico es identificar la ecuación con el *coeficiente primario más pequeño*, que es el más restrictivo, y determinar los valores admisibles para  $\Delta t$  mediante la aplicación del criterio de estabilidad sólo a esa ecuación. Un valor de  $\Delta t$  obtenido de esta manera también satisfará el criterio de estabilidad para todas las demás ecuaciones en el sistema.

Por ejemplo, en el caso de la conducción de calor unidimensional en régimen transitorio en una pared plana con temperaturas superficiales específicas las ecuaciones explícitas en diferencias finitas para todos los nodos (que son *nodos interiores*) se obtienen a partir de la ecuación 5-47. El coeficiente de  $T_m^i$  en la expresión  $T_m^{i+1}$  es  $1 - 2\tau$ , que es independiente del número de nodo  $m$  y, por tanto, en este caso el criterio de estabilidad para todos los nodos es  $1 - 2\tau \geq 0$ , o bien

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2} \quad \left( \begin{array}{l} \text{nodos interiores, transferencia de calor} \\ \text{unidimensional en coordenadas rectangulares} \end{array} \right) \quad (5-52)$$

Formulación explícita:

$$T_0^{i+1} = a_0 T_0^i + \dots$$

$$T_1^{i+1} = a_1 T_1^i + \dots$$

⋮

$$T_m^{i+1} = a_m T_m^i + \dots$$

⋮

$$T_M^{i+1} = a_M T_M^i + \dots$$

Criterio de estabilidad:

$$a_m \geq 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots, m, \dots, M$$

FIGURA 5-42

El criterio de estabilidad del método explícito requiere que todos los coeficientes primarios sean positivos o cero.

Cuando se conoce el material del medio y por consiguiente, su difusividad térmica  $\alpha$  y se especifica el valor del tamaño de malla  $\Delta x$ , se puede determinar el valor más grande admisible del intervalo de tiempo  $\Delta t$  a partir de esta relación. Por ejemplo, en el caso de una pared de ladrillo ( $\alpha = 0.45 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) con un tamaño de malla de  $\Delta x = 0.01 \text{ m}$ , el límite superior del intervalo de tiempo es

$$\Delta t \leq \frac{1}{2} \frac{\Delta x^2}{\alpha} = \frac{(0.01 \text{ m})^2}{2(0.45 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})} = 111 \text{ s} = 1.85 \text{ min}$$

Los nodos frontera en los que interviene convección y/o radiación son más restrictivos que los interiores y, por consiguiente, requieren intervalos de tiempo más pequeños. Por lo tanto, debe usarse el nodo frontera más restrictivo en la determinación del intervalo de tiempo máximo admisible  $\Delta t$  cuando se resuelve un problema en régimen transitorio con el método explícito.

Para adquirir una mejor comprensión del criterio de estabilidad, considere la formulación explícita en diferencias finitas para un nodo interior de una pared plana (ecuación 5-47) para el caso en el que no hay generación de calor,

$$T_m^{i+1} = \tau(T_{m-1}^i + T_{m+1}^i) + (1 - 2\tau)T_m^i$$

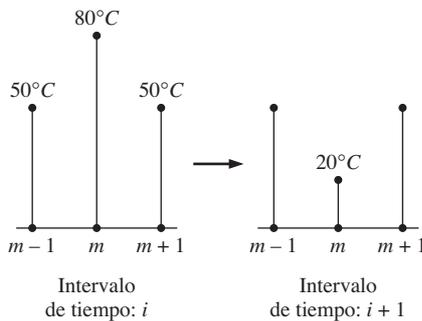


FIGURA 5-43

La violación del criterio de estabilidad en el método explícito puede conducir a la violación de la segunda ley de la termodinámica y, en consecuencia, a la divergencia de la solución.

Suponga que en algún intervalo de tiempo  $i$  las temperaturas  $T_{m-1}^i$  y  $T_{m+1}^i$  son iguales pero menores que  $T_m^i$  (se puede decir,  $T_{m-1}^i = T_{m+1}^i = 50^\circ\text{C}$  y  $T_m^i = 80^\circ\text{C}$ ). En el siguiente intervalo de tiempo se espera que la temperatura del nodo  $m$  esté entre los dos valores (se puede decir,  $80^\circ\text{C}$ ). Sin embargo, si el valor de  $\tau$  sobrepasa 0.5 (por ejemplo,  $\tau = 1$ ), la temperatura del nodo  $m$  en el siguiente intervalo de tiempo será menor que la temperatura de los nodos vecinos (será de  $20^\circ\text{C}$ ), lo cual es físicamente imposible y viola la segunda ley de la termodinámica (figura 5-43). Requerir que la nueva temperatura del nodo  $m$  permanezca por arriba de la temperatura de los nodos vecinos es equivalente a requerir que el valor de  $\tau$  permanezca por debajo de 0.5.

El método implícito es *incondicionalmente estable* y, por tanto, se puede usar cualquier intervalo de tiempo que se desee con ese método (por supuesto, entre menor sea el intervalo de tiempo, mayor es la precisión de la solución). La desventaja del método implícito es que conduce a un conjunto de ecuaciones que deben resolverse *simultáneamente* para cada intervalo de tiempo. Ambos métodos se usan en la práctica.

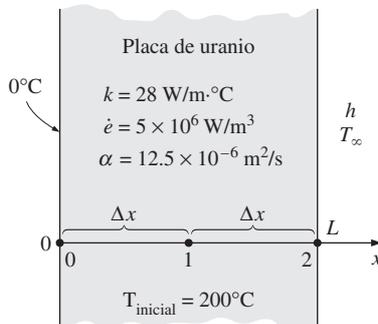


FIGURA 5-44

Esquema para el ejemplo 5-5.

### EJEMPLO 5-5

#### Conducción de calor en régimen transitorio en una placa grande de uranio

Considere una placa grande de uranio de espesor  $L = 4 \text{ cm}$ , conductividad térmica  $k = 28 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$  y difusividad térmica  $\alpha = 12.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  que inicialmente está a una temperatura uniforme de  $200^\circ\text{C}$ . En la placa se genera calor de manera uniforme con una velocidad constante de  $\dot{e} = 5 \times 10^6 \text{ W/m}^3$ . En el instante  $t = 0$ , uno de los lados de la placa se pone en contacto con agua con hielo y se mantiene a  $0^\circ\text{C}$  en todo momento, mientras que el otro se expone a convección hacia un medio a  $T_\infty = 30^\circ\text{C}$ , con un coeficiente de transferencia de calor de  $h = 45 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ , como se muestra en la figura 5-44. Si considera un total de tres nodos igualmente espaciados en el medio, dos en las fronteras y uno a la mitad, estime la temperatura de la superficie expuesta de la placa 2.5 min después del inicio del enfriamiento mediante a) el método explícito y b) el método implícito.

**SOLUCIÓN** En el ejemplo 5-1 se ha resuelto este problema para el caso de estado estacionario y aquí se aborda considerando el régimen transitorio con el fin de demostrar cómo se aplican en él los métodos de las diferencias finitas. De nuevo se supone transferencia de calor unidimensional en coordenadas rectangulares y conductividad térmica constante. Se especifica que el número de nodos es  $M = 3$  y se eligen para que estén en las dos superficies de la placa y en medio, como se muestra en la figura. Entonces el espaciamiento nodal  $\Delta x$  queda

$$\Delta x = \frac{L}{M - 1} = \frac{0.04 \text{ m}}{3 - 1} = 0.02 \text{ m}$$

Se numeran los nodos como 0, 1 y 2. Se dice que la temperatura en el nodo 0 es  $T_0 = 0^\circ\text{C}$  en todo momento y se deben determinar las temperaturas en los nodos 1 y 2. Este problema está relacionado sólo con dos temperaturas nodales desconocidas y, como consecuencia, se necesitan tener dos ecuaciones para determinarlas de manera única. Ambas ecuaciones se obtienen mediante la aplicación del método de las diferencias finitas a los nodos 1 y 2.

a) El nodo 1 es interior y la formulación *explícita* en diferencias finitas en ese nodo se obtiene directamente a partir de la ecuación 5-47, mediante  $m = 1$ :

$$T_1^{i+1} = \tau(T_0 + T_2^i) + (1 - 2\tau) T_1^i + \tau \frac{\dot{e}_1 \Delta x^2}{k} \quad (1)$$

El nodo 2 es frontera y está sujeto a convección, la formulación en diferencias finitas en ese nodo se obtiene al escribir un balance de energía sobre el elemento de volumen de espesor  $\Delta x/2$  en esa frontera al suponer que la transferencia de calor es hacia el medio en todos los lados (figura 5-45):

$$hA(T_\infty - T_2^i) + kA \frac{T_1^i - T_2^i}{\Delta x} + \dot{e}_2 A \frac{\Delta x}{2} = \rho A \frac{\Delta x}{2} c_p \frac{T_2^{i+1} - T_2^i}{\Delta x}$$

Al dividir entre  $kA/2\Delta x$  y utilizar las definiciones de la difusividad térmica,  $\alpha = k/\rho c_p$ , y del número adimensional de malla de Fourier,  $\tau = \alpha \Delta t / (\Delta x)^2$ , da

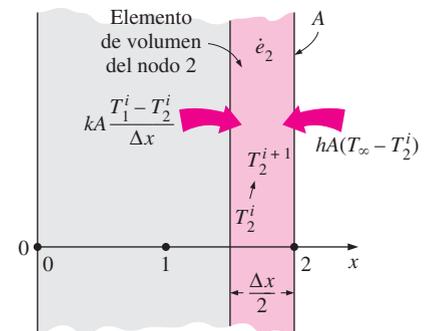
$$\frac{2h\Delta x}{k} (T_\infty - T_2^i) + 2(T_1^i - T_2^i) + \frac{\dot{e}_2 \Delta x^2}{k} = \frac{T_2^{i+1} - T_2^i}{\tau}$$

de la cual se puede despejar  $T_2^{i+1}$  para dar

$$T_2^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau \frac{h\Delta x}{k}\right) T_2^i + \tau \left(2T_1^i + 2 \frac{h\Delta x}{k} T_\infty + \frac{\dot{e}_2 \Delta x^2}{k}\right) \quad (2)$$

Note que no se usó el subíndice  $i$  para las cantidades que no cambian con el tiempo. Enseguida se necesita determinar el límite superior del intervalo de tiempo  $\Delta t$  con base en el criterio de estabilidad, en el cual se requiere que el coeficiente de  $T_1^i$  en la ecuación 1 y el de  $T_2^i$  en la segunda ecuación sean mayores o iguales a cero. En este caso, el coeficiente de  $T_2^i$  es menor y, como consecuencia, el criterio de estabilidad para este problema se puede expresar como

$$1 - 2\tau - 2\tau \frac{h\Delta x}{k} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \tau \leq \frac{1}{2(1 + h\Delta x/k)} \quad \rightarrow \quad \Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{2\alpha(1 + h\Delta x/k)}$$



**FIGURA 5-45**

Esquema para la formulación explícita en diferencias finitas de la condición de convección en la frontera derecha de una pared plana.

puesto que  $\tau = \alpha \Delta t / (\Delta x)^2$ . Al sustituir las cantidades dadas, se determina que el valor máximo admisible del intervalo de tiempo es

$$\Delta t \leq \frac{(0.02 \text{ m})^2}{2(12.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})[1 + (45 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C})(0.02 \text{ m})/28 \text{ W/m} \cdot \text{°C}]} = 15.5 \text{ s}$$

Por lo tanto, para resolver este problema, se puede usar cualquier intervalo de tiempo menor que 15.5 s. Por conveniencia, se elige que el intervalo de tiempo sea  $\Delta t = 15 \text{ s}$ . Entonces el número de malla de Fourier queda

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{(12.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})(15 \text{ s})}{(0.02 \text{ m})^2} = 0.46875 \quad (\text{para } \Delta t = 15 \text{ s})$$

Al sustituir este valor de  $\tau$  y el de las otras cantidades, las ecuaciones explícitas en diferencias finitas (1) y (2) que acaban de desarrollarse se reducen a

$$\begin{aligned} T_1^{i+1} &= 0.0625T_1^i + 0.46875T_2^i + 33.482 \\ T_2^{i+1} &= 0.9375T_1^i + 0.032366T_2^i + 34.386 \end{aligned}$$

Se dice que la temperatura inicial del medio en  $t = 0$  e  $i = 0$  es de  $200^\circ\text{C}$  en toda su extensión y, por tanto,  $T_1^0 = T_2^0 = 200^\circ\text{C}$ . Entonces, con base en estas ecuaciones, se determina que las temperaturas nodales en  $T_1^1$  y  $T_2^1$  en  $t = \Delta t = 15 \text{ s}$  son

$$\begin{aligned} T_1^1 &= 0.0625T_1^0 + 0.46875T_2^0 + 33.482 \\ &= 0.0625 \times 200 + 0.46875 \times 200 + 33.482 = 139.7^\circ\text{C} \\ T_2^1 &= 0.9375T_1^0 + 0.032366T_2^0 + 34.386 \\ &= 0.9375 \times 200 + 0.032366 \times 200 + 34.386 = 228.4^\circ\text{C} \end{aligned}$$

De manera análoga, las temperaturas nodales  $T_1^2$  y  $T_2^2$  en  $t = 2\Delta t = 2 \times 15 = 30 \text{ s}$  son

$$\begin{aligned} T_1^2 &= 0.0625T_1^1 + 0.46875T_2^1 + 33.482 \\ &= 0.0625 \times 139.7 + 0.46875 \times 228.4 + 33.482 = 149.3^\circ\text{C} \\ T_2^2 &= 0.9375T_1^1 + 0.032366T_2^1 + 34.386 \\ &= 0.9375 \times 139.7 + 0.032366 \times 228.4 + 34.386 = 172.8^\circ\text{C} \end{aligned}$$

De la misma manera, se determinan las temperaturas en los nodos 1 y 2, para  $i = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 50$ , y se dan en la tabla 5-2. Por lo tanto, la temperatura en la superficie expuesta, 2.5 min después del inicio del enfriamiento, es

$$T_L^{2.5 \text{ min}} = T_2^{10} = 139.0^\circ\text{C}$$

b) El nodo 1 es interior y la formulación *implícita* en diferencias finitas en ese nodo se obtiene directamente a partir de la ecuación 5-49, mediante  $m = 1$ :

$$\tau T_0 - (1 + 2\tau) T_1^{i+1} + \tau T_2^{i+1} + \tau \frac{\dot{e}_0 \Delta x^2}{k} + T_1^i = 0 \quad (3)$$

El nodo 2 es frontera y está sujeto a convección, la formulación implícita en diferencias finitas en ese nodo se puede obtener a partir de esta formulación, al expresar el primer miembro de la ecuación en el intervalo de tiempo  $i + 1$ , en lugar del  $i$ , como

**TABLA 5-2**

Variación de las temperaturas nodales en el ejemplo 5-5, con el tiempo obtenido por el método explícito

Intervalo de tiempo, $i$	Tiempo, $s$	Temperatura del nodo, $^\circ\text{C}$	
		$T_1^i$	$T_2^i$
0	0	200.0	200.0
1	15	139.7	228.4
2	30	149.3	172.8
3	45	123.8	179.9
4	60	125.6	156.3
5	75	114.6	157.1
6	90	114.3	146.9
7	105	109.5	146.3
8	120	108.9	141.8
9	135	106.7	141.1
10	150	106.3	139.0
20	300	103.8	136.1
30	450	103.7	136.0
40	600	103.7	136.0

$$\frac{2h\Delta x}{k}(T_\infty - T_2^{i+1}) + 2(T_1^{i+1} - T_2^{i+1}) + \frac{\dot{e}_2 \Delta x^2}{k} = \frac{T_2^{i+1} - T_2^i}{\tau}$$

la cual se puede reacomodar como

$$2\tau T_1^{i+1} - \left(1 + 2\tau + 2\tau \frac{h\Delta x}{k}\right) T_2^{i+1} + 2\tau \frac{h\Delta x}{k} T_\infty + \tau \frac{\dot{e}_2 \Delta x^2}{k} + T_2^i = 0 \quad (4)$$

Una vez más, no se usó el superíndice  $i$  o  $i + 1$  para las cantidades que no cambian con el tiempo. El método implícito no impone límite sobre el intervalo de tiempo y, de este modo, se puede elegir cualquier valor que quiera. Sin embargo, de nuevo se elige  $\Delta t = 15$  s y, por tanto,  $\tau = 0.46875$ , con el fin de compararse con el inciso a). Al sustituir este valor de  $\tau$  y las otras cantidades dadas, las dos ecuaciones implícitas en diferencias finitas que acaban de desarrollarse se reducen a

$$\begin{aligned} -1.9375T_1^{i+1} + 0.46875T_2^{i+1} + T_1^i + 33.482 &= 0 \\ 0.9375T_1^{i+1} - 1.9676T_2^{i+1} + T_2^i + 34.386 &= 0 \end{aligned}$$

De nuevo,  $T_1^0 = T_2^0 = 200^\circ\text{C}$  en  $t = 0$  e  $i = 0$ , en virtud de la condición inicial, y para  $i = 0$ , estas dos ecuaciones se reducen a

$$\begin{aligned} -1.9375T_1^1 + 0.46875T_2^1 + 200 + 33.482 &= 0 \\ 0.9375T_1^1 - 1.9676T_2^1 + 200 + 34.386 &= 0 \end{aligned}$$

Al resolver estas dos ecuaciones en forma simultánea se determina que las temperaturas nodales desconocidas  $T_1^1$  y  $T_2^1$  en  $t = \Delta t = 15$  s son

$$T_1^1 = 168.8^\circ\text{C} \quad \text{y} \quad T_2^1 = 199.6^\circ\text{C}$$

De modo análogo, para  $i = 1$ , estas dos ecuaciones se reducen a

$$\begin{aligned} -1.9375T_1^2 + 0.46875T_2^2 + 168.8 + 33.482 &= 0 \\ 0.9375T_1^2 - 1.9676T_2^2 + 199.6 + 34.386 &= 0 \end{aligned}$$

Al resolver estas dos ecuaciones en forma simultánea se determina que las temperaturas nodales desconocidas  $T_1^2$  y  $T_2^2$  en  $t = \Delta t = 2 \times 15 = 30$  s son

$$T_1^2 = 150.5^\circ\text{C} \quad \text{y} \quad T_2^2 = 190.6^\circ\text{C}$$

Al continuar de esta manera, se determinan las temperaturas en los nodos 1 y 2 para  $i = 2, 3, 4, 5, \dots, 40$ ; en la tabla 5-3 se da una lista de ellas y se obtiene que la temperatura en la superficie frontera expuesta (nodo 2), 2.5 min después de iniciarse el enfriamiento, es

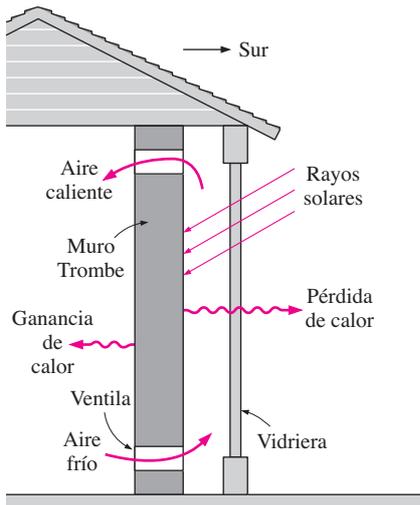
$$T_2^{2.5 \text{ min}} = T_2^{10} = 143.9^\circ\text{C}$$

la cual está cercana al resultado obtenido por el método explícito. Note que se pudo usar cualquiera de los dos métodos con el fin de obtener resultados satisfactorios para los problemas en régimen transitorio, excepto, quizá, para unos cuantos de los primeros intervalos de tiempo. Se prefiere el método implícito cuando resulta conveniente usar intervalos grandes de tiempo, y se prefiere el explícito cuando se desea evitar la solución simultánea de un sistema de ecuaciones algebraicas.

**TABLA 5-3**

Variación de las temperaturas nodales en el ejemplo 5-5, con el tiempo obtenido por el método implícito

Inter- valo de tiempo, $i$	Tiempo, s	Temperatura del nodo, $^\circ\text{C}$	
		$T_1^i$	$T_2^i$
0	0	200.0	200.0
1	15	168.8	199.6
2	30	150.5	190.6
3	45	138.6	180.4
4	60	130.3	171.2
5	75	124.1	163.6
6	90	119.5	157.6
7	105	115.9	152.8
8	120	113.2	149.0
9	135	111.0	146.1
10	150	109.4	143.9
20	300	104.2	136.7
30	450	103.8	136.1
40	600	103.8	136.1



**FIGURA 5-46**  
Esquema de un muro Trombe  
(ejemplo 5-6).

**TABLA 5-4**

Variación horaria de la temperatura ambiente promedio mensual y flujo de calor solar incidente sobre una superficie vertical, para enero, en Reno, Nevada

Hora del día	Temperatura ambiente, °F	Radiación solar, Btu/h · ft <sup>2</sup>
7 AM-10 AM	33	114
10 AM-1 PM	43	242
1 PM-4 PM	45	178
4 PM-7 PM	37	0
7 PM-10 PM	32	0
10 PM-1 AM	27	0
1 AM-4 AM	26	0
4 AM-7 AM	25	0

### EJEMPLO 5-6 Almacenamiento de energía solar en los muros Trombe

Los muros gruesos de mampostería pintados de color oscuro, llamados muros Trombe, son de uso común en los costados que dan al sur en las casas solares pasivas con el fin de absorber la energía solar, almacenarla durante el día y liberarla hacia la casa durante la noche (figura 5-46). En 1881 E. L. Morse de Massachusetts propuso la idea y se les dio el nombre en honor del profesor Felix Trombe de Francia, quien los usó de manera extensa en sus diseños en la década de 1970. Por lo común se coloca por fuera del muro una capa de vidrio sencilla o doble que transmite la mayor parte de la energía solar, al bloquear al mismo tiempo las pérdidas de calor de la superficie expuesta del muro hacia el exterior. Asimismo, es común la instalación de ventilas en las partes inferior y superior de los muros Trombe de modo que el aire de la casa entra en el canal de flujo paralelo que está entre el muro y la vidriera, sube a medida que se calienta y entra en el cuarto por la ventila superior.

Considere una casa en Reno, Nevada, con un muro Trombe de 1 ft de espesor orientado hacia el sur, con una conductividad térmica de  $k = 0.40 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$  y difusividad térmica de  $\alpha = 4.78 \times 10^{-6} \text{ ft}^2/\text{s}$ . En la tabla 5-4 se dan la variación de la temperatura ambiente,  $T_{\text{ext}}$ , y el flujo de calor solar,  $\dot{q}_{\text{solar}}$ , incidente sobre una superficie vertical que da hacia el sur durante todo el día, para un día típico de enero, en intervalos de 3 h. El muro tiene una vidriera sencilla con un producto de absorptividad-transmisividad de  $\kappa = 0.77$  (es decir, 77% de la energía solar incidente es absorbida por la superficie expuesta del muro Trombe) y se determina que el coeficiente combinado promedio de transferencia de calor para la pérdida de calor del muro Trombe hacia el ambiente es  $h_{\text{ext}} = 0.7 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$ . El interior de la casa se mantiene a  $T_{\text{int}} = 70^\circ\text{F}$  en todo momento y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie interior del muro es  $h_{\text{int}} = 1.8 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$ . Las ventilas en el muro se mantienen cerradas y, de este modo, la única transferencia de calor entre el aire que está en el interior de la casa y el muro es a través de la superficie interior del muro. Si la temperatura del muro varía linealmente entre  $70^\circ\text{F}$  en la superficie interior y  $30^\circ\text{F}$  en la exterior a las 7 AM y mediante el método explícito en diferencias finitas con un espaciado nodal uniforme de  $\Delta x = 0.2 \text{ ft}$ , determine la distribución de temperatura a lo largo del espesor del muro Trombe después de 12, 24, 36 y 48 h. Asimismo, determine la cantidad neta de calor transferido hacia la casa desde el muro durante el primero y el segundo días. Suponga que el muro tiene 10 ft de alto y 25 ft de largo.

**SOLUCIÓN** Se considera la calefacción solar pasiva de una casa a través de un muro Trombe. Se deben determinar la distribución de temperatura en el muro en intervalos de 12 h y la cantidad de transferencia de calor durante el primero y el segundo días.

**Suposiciones** **1** La transferencia de calor es unidimensional, puesto que la superficie expuesta del muro es grande en relación con su espesor. **2** La conductividad térmica es constante. **3** Los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

**Propiedades** Se dice que las propiedades del muro son  $k = 0.40 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$ ,  $\alpha = 4.78 \times 10^{-6} \text{ ft}^2/\text{s}$ , y  $\kappa = 0.77$ .

**Análisis** Se dice que el espaciado nodal es  $\Delta x = 0.2 \text{ ft}$  y, por tanto, el número total de nodos a lo largo del muro es

$$M = \frac{L}{\Delta x} + 1 = \frac{1 \text{ ft}}{0.2 \text{ ft}} + 1 = 6$$

Se numeran los nodos como 0, 1, 2, 3, 4 y 5, con el nodo 0 sobre la superficie interior del muro y el 5 sobre la exterior, como se muestra en la figura 5-47. Los nodos 1 al 4 son interiores y las formulaciones explícitas en diferencias finitas de estos nodos se obtienen directamente a partir de la ecuación 5-47 como

$$\begin{aligned} \text{Nodo 1 } (m = 1): \quad T_1^{i+1} &= \tau(T_0^i + T_2^i) + (1 - 2\tau)T_1^i & (1) \\ \text{Nodo 2 } (m = 2): \quad T_2^{i+1} &= \tau(T_1^i + T_3^i) + (1 - 2\tau)T_2^i & (2) \\ \text{Nodo 3 } (m = 3): \quad T_3^{i+1} &= \tau(T_2^i + T_4^i) + (1 - 2\tau)T_3^i & (3) \\ \text{Nodo 4 } (m = 4): \quad T_4^{i+1} &= \tau(T_3^i + T_5^i) + (1 - 2\tau)T_4^i & (4) \end{aligned}$$

La superficie interior está sujeta a convección y, por consiguiente, la formulación explícita del nodo 0 se puede obtener en forma directa a partir de la ecuación 5-51 como

$$T_0^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau \frac{h_{\text{int}} \Delta x}{k}\right) T_0^i + 2\tau T_1^i + 2\tau \frac{h_{\text{int}} \Delta x}{k} T_{\text{int}}$$

Al sustituir en esta ecuación las cantidades  $h_{\text{int}}$ ,  $\Delta x$ ,  $k$  y  $T_{\text{int}}$ , las cuales no cambian con el tiempo, da

$$T_0^{i+1} = (1 - 3.80\tau) T_0^i + \tau(2T_1^i + 126.0) \quad (5)$$

La superficie interior del muro está sujeta a convección así como a flujo de calor. La formulación explícita en diferencias finitas en esa frontera se obtiene al escribir un balance de energía sobre el elemento de volumen representado por el nodo 5,

$$h_{\text{ext}} A(T_{\text{ext}}^i - T_5^i) + \kappa A \dot{q}_{\text{solar}}^i + kA \frac{T_4^i - T_5^i}{\Delta x} = \rho A \frac{\Delta x}{2} c_p \frac{T_5^{i+1} - T_5^i}{\Delta t} \quad (5-53)$$

la cual se simplifica a

$$T_5^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau \frac{h_{\text{ext}} \Delta x}{k}\right) T_5^i + 2\tau T_4^i + 2\tau \frac{h_{\text{ext}} \Delta x}{k} T_{\text{ext}}^i + 2\tau \frac{\kappa \dot{q}_{\text{solar}}^i \Delta x}{k} \quad (5-54)$$

donde  $\tau = \alpha \Delta t / \Delta x^2$  es el número adimensional de malla de Fourier. Note que se mantiene el superíndice  $i$  para las cantidades que varían con el tiempo. Al sustituir en esta ecuación las cantidades  $h_{\text{ext}}$ ,  $\Delta x$ ,  $k$  y  $\kappa$ , las cuales no cambian con el tiempo, da

$$T_5^{i+1} = (1 - 2.70\tau) T_5^i + \tau(2T_4^i + 0.70T_{\text{ext}}^i + 0.770\dot{q}_{\text{solar}}^i) \quad (6)$$

donde la unidad de  $\dot{q}_{\text{solar}}^i$  es Btu/h · ft<sup>2</sup>.

A continuación se necesita determinar el límite superior del intervalo de tiempo  $\Delta t$  a partir del criterio de estabilidad, puesto que se usa el método explícito. Esto requiere la identificación del coeficiente primario más pequeño en el sistema. Se sabe que los nodos frontera son más restrictivos que los interiores y, por tanto, se examinan sólo las formulaciones de los nodos frontera 0 y 5. En este caso, el coeficiente primario más pequeño y, por consiguiente, el más restrictivo es el de  $T_0^i$  en la formulación del nodo 0, ya que  $1 - 3.8\tau < 1 - 2.7\tau$  y, de este modo, el criterio de estabilidad para este problema se puede expresar como

$$1 - 3.80\tau \geq 0 \rightarrow \tau = \frac{\alpha \Delta x}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{3.80}$$

Al sustituir las cantidades dadas, se determina que el valor máximo admisible del intervalo de tiempo es

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{3.80\alpha} = \frac{(0.2 \text{ ft})^2}{3.80 \times (4.78 \times 10^{-6} \text{ ft}^2/\text{s})} = 2202 \text{ s}$$

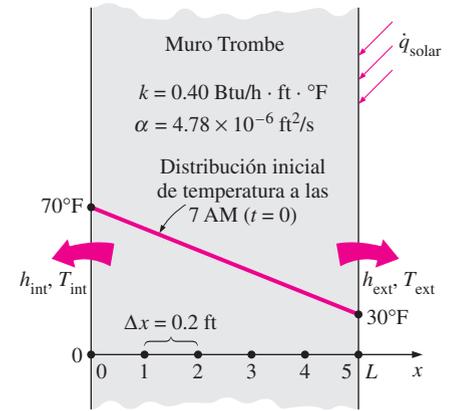


FIGURA 5-47

Red nodal para el muro Trombe discutido en el ejemplo 5-6.

Por lo tanto, para resolver este problema, se puede usar cualquier intervalo de tiempo menor que 2 202 s. Por conveniencia, se elige que el intervalo de tiempo sea  $\Delta t = 900 \text{ s} = 15 \text{ min}$ . Entonces el número de malla de Fourier queda

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{(4.78 \times 10^{-6} \text{ ft}^2/\text{s})(900 \text{ s})}{(0.2 \text{ ft})^2} = 0.10755 \quad (\text{para } \Delta t = 15 \text{ min})$$

Inicialmente (a las 7 AM, o sea  $t = 0$ ), se dice que la temperatura de la pared varía linealmente entre  $70^\circ\text{F}$  en el nodo 0, y  $30^\circ\text{F}$  en el nodo 5. Puesto que se tienen cinco espaciamientos nodales de igual longitud, el cambio de temperatura entre dos nodos vecinos es  $(70 - 30)^\circ\text{F}/5 = 8^\circ\text{F}$ . Por lo tanto, las temperaturas nodales iniciales son

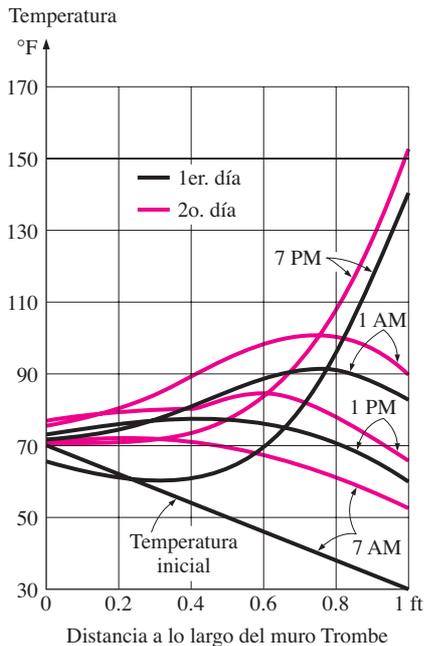
$$\begin{aligned} T_0^0 &= 70^\circ\text{F}, & T_1^0 &= 62^\circ\text{F}, & T_2^0 &= 54^\circ\text{F}, \\ T_3^0 &= 46^\circ\text{F}, & T_4^0 &= 38^\circ\text{F}, & T_5^0 &= 30^\circ\text{F} \end{aligned}$$

Entonces, a partir de estas ecuaciones, se determina que las temperaturas nodales en  $t = \Delta t = 15 \text{ min}$  (a las 7:15 AM) son

$$\begin{aligned} T_0^1 &= (1 - 3.80\tau) T_0^0 + \tau(2T_1^0 + 126.0) \\ &= (1 - 3.80 \times 0.10755) 70 + 0.10755(2 \times 62 + 126.0) = 68.3^\circ\text{F} \\ T_1^1 &= \tau(T_0^0 + T_2^0) + (1 - 2\tau) T_1^0 \\ &= 0.10755(70 + 54) + (1 - 2 \times 0.10755)62 = 62^\circ\text{F} \\ T_2^1 &= \tau(T_1^0 + T_3^0) + (1 - 2\tau) T_2^0 \\ &= 0.10755(62 + 46) + (1 - 2 \times 0.10755)54 = 54^\circ\text{F} \\ T_3^1 &= \tau(T_2^0 + T_4^0) + (1 - 2\tau) T_3^0 \\ &= 0.10755(54 + 38) + (1 - 2 \times 0.10755)46 = 46^\circ\text{F} \\ T_4^1 &= \tau(T_3^0 + T_5^0) + (1 - 2\tau) T_4^0 \\ &= 0.10755(46 + 30) + (1 - 2 \times 0.10755)38 = 38^\circ\text{F} \\ T_5^1 &= (1 - 2.70\tau) T_5^0 + \tau(2T_4^0 + 0.70T_{\text{ext}}^0 + 0.770\dot{q}_{\text{solar}}^0) \\ &= (1 - 2.70 \times 0.10755)30 + 0.10755(2 \times 38 + 0.70 \times 33 + 0.770 \times 114) \\ &= 41.4^\circ\text{F} \end{aligned}$$

Note que durante el primer intervalo de tiempo la temperatura de la superficie interior del muro Trombe cayó en  $1.7^\circ\text{F}$  y la de las otras superficies se elevó en  $11.4^\circ\text{F}$ , en tanto que las temperaturas en los nodos interiores permaneció igual. Esto es típico de los problemas en régimen transitorio en los medios en los que no hay generación de calor. En los siguientes intervalos de tiempo, las temperaturas nodales se determinan de manera semejante con la ayuda de una computadora. Note que los datos para la temperatura ambiente y la radiación solar incidente cambian cada 3 horas, lo cual corresponde a 12 intervalos de tiempo, y esto se debe reflejar en el programa para computadora. Por ejemplo, debe tomarse el valor de  $\dot{q}_{\text{solar}}^i$  como  $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 75$  para  $i = 1-12$ ,  $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 242$  para  $i = 13-24$ ,  $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 178$  para  $i = 25-36$ , y  $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 0$  para  $i = 37-96$ .

En la tabla 5-5 se dan los resultados después de 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 y 48 h, y en la figura 5-48 se tienen las gráficas para el primer día. Note que la temperatura interior del muro Trombe cae en las primeras horas de la mañana, pero después se eleva a medida que la energía solar absorbida por la superficie exterior se difunde a través de él. La temperatura de la superficie exterior se elevará de  $30$  a  $142^\circ\text{F}$  en sólo 6 h debido a la energía solar absorbida, pero después cae hasta  $53^\circ\text{F}$  a la mañana siguiente como resultado de la pérdida de calor durante la noche. Por lo tanto, puede valer la pena cubrir la superficie exterior en la noche para minimizar las pérdidas de calor.



**FIGURA 5-48**

Variación de la temperatura en el muro Trombe discutido en el ejemplo 5-6.

**TABLA 5-5**

Temperaturas en los nodos de un muro Trombe en diversos momentos

Tiempo	Intervalo de tiempo, $i$	Temperaturas nodales, °F					
		$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$
0 h (7 AM)	0	70.0	62.0	54.0	46.0	38.0	30.0
6 h (1 PM)	24	65.3	61.7	61.5	69.7	94.1	142.0
12 h (7 PM)	48	71.6	74.2	80.4	88.4	91.7	82.4
18 h (1 AM)	72	73.3	75.9	77.4	76.3	71.2	61.2
24 h (7 AM)	96	71.2	71.9	70.9	67.7	61.7	53.0
30 h (1 PM)	120	70.3	71.1	74.3	84.2	108.3	153.2
36 h (7 PM)	144	75.4	81.1	89.4	98.2	101.0	89.7
42 h (1 AM)	168	75.8	80.7	83.5	83.0	77.4	66.2
48 h (7 AM)	192	73.0	75.1	72.2	66.0	66.0	56.3

La razón de la transferencia de calor del muro Trombe en el interior de la casa durante cada intervalo de tiempo se determina con base en la ley de Newton, mediante la temperatura promedio en la superficie interior del muro (nodo 0), como

$$Q_{\text{muro Trombe}}^i = \dot{Q}_{\text{muro Trombe}}^i \Delta t = h_{\text{int}} A (T_0^i - T_{\text{int}}) \Delta t = h_{\text{int}} A [(T_0^i + T_0^{i-1})/2 - T_{\text{int}}] \Delta t$$

Por lo tanto, la cantidad de transferencia de calor durante el primer intervalo de tiempo ( $i = 1$ ), o sea durante el primer periodo de 15 min, es

$$\begin{aligned} Q_{\text{muro Trombe}}^1 &= h_{\text{int}} A [(T_0^1 + T_0^0)/2 - T_{\text{int}}] \Delta t \\ &= (1.8 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{°F})(10 \times 25 \text{ ft}^2)[(68.3 + 70)/2 - 70\text{°F}](0.25 \text{ h}) \\ &= -95.6 \text{ Btu} \end{aligned}$$

El signo negativo indica que el aire que está en el interior de la casa transfiere calor hacia el muro, lo cual representa una pérdida de calor. A continuación se determina la transferencia de calor total durante un periodo específico al sumar las cantidades de transferencia para cada intervalo de tiempo, como

$$Q_{\text{muro Trombe}} = \sum_{i=1}^I \dot{Q}_{\text{muro Trombe}}^i = \sum_{i=1}^I h_{\text{int}} A [(T_0^i + T_0^{i-1})/2 - T_{\text{int}}] \Delta t \quad (5-55)$$

donde  $I$  es el número total de intervalos de tiempo en el periodo especificado. En este caso,  $I = 48$  para 12 h, 96 para 24 h, y así sucesivamente. Al seguir el procedimiento que se describe en este ejemplo, con la ayuda de una computadora, se determina que la cantidad de transferencia de calor entre el muro Trombe y el interior de la casa es

$$\begin{aligned} Q_{\text{muro Trombe}} &= -17\,048 \text{ Btu después de 12 h} && (-17\,078 \text{ Btu durante el primer periodo de 12 h}) \\ Q_{\text{muro Trombe}} &= -2\,483 \text{ Btu después de 24 h} && (14\,565 \text{ Btu durante el segundo periodo de 12 h}) \\ Q_{\text{muro Trombe}} &= 5\,610 \text{ Btu después de 36 h} && (8\,093 \text{ Btu durante el tercer periodo de 12 h}) \\ Q_{\text{muro Trombe}} &= 34\,400 \text{ Btu después de 48 h} && (28\,790 \text{ Btu durante el cuarto periodo de 12 h}) \end{aligned}$$

Por lo tanto, la casa pierde 2 483 Btu a través del muro el primer día, como resultado de la baja temperatura de arranque, pero entrega un total de 36 883 Btu de calor a la casa el segundo día. Se puede demostrar que el muro Trombe entregará incluso más calor a la casa durante el tercer día, ya que arrancará ese día a una temperatura promedio más elevada.